

Marcin Ziółkowski

**Analiza i synteza wybranych układów
ekranujących pola elektromagnetyczne
niskiej i średniej częstotliwości**

Szczecin 2011

br. 54394 20184
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny
w Szczecinie

MARCIN ZIÓŁKOWSKI

Analiza i synteza wybranych układów ekranujących pola elektromagnetyczne niskiej i średniej częstotliwości

Szczecin 2011

Recenzenci

STANISŁAW GRATKOWSKI

JAN SIKORA



CZ. 54394

Opracowanie redakcyjne

ANNA MARIĄSKA

WYDANO ZA ZGODĄ

REKTORA ZACHODNIOPOMORSKIEGO UNIWERSYTETU TECHNOLOGICZNEGO
W SZCZECINIE

ISBN 978-83-7663-089-2

WYDAWNICTWO UCZELNIANE ZACHODNIOPOMORSKIEGO UNIWERSYTETU TECHNOLOGICZNEGO W SZCZECINIE
70-311 Szczecin, al. Piastów 50, tel. 91 449 47 60, e-mail: wydawnictwo@zut.edu.pl
Druk PPH „Zapol” Dmochowski, Sobczyk Sp.j., 71-062 Szczecin, al. Piastów 42, tel. 91 434 10 21
e-mail: zarzad@zapol.com.pl

D. 508/2011

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń.....	5
1. Wstęp	7
1.1. Idea i zastosowanie ekranów pól elektromagnetycznych	7
1.2. Cel i teza pracy.....	9
1.3. Układ pracy.....	9
1.4. Przegląd wybranych równań elektromagnetyzmu	11
2. Optymalizacja kształtu ekranów pasywnych.....	13
Wstęp	13
2.1. Magnetyczna Tomografia Indukcyjna.....	16
2.2. Krzywe Béziera.....	17
2.3. Algorytm minimalizujący – algorytmy genetyczne (AG)	18
2.4. Optymalizacja jednokryterialna ekranu wzbudnika	20
2.4.1. Sformułowanie zagadnienia optymalizacyjnego.....	20
2.4.2. Wyniki optymalizacji	21
2.5. Optymalizacja wielokryterialna wzbudnika	22
2.5.1. Metoda ograniczonych kryteriów – zdefiniowanie problemu.....	22
2.5.2. Metoda ograniczonych kryteriów – wyniki optymalizacji.....	24
2.5.3. Metoda sumy ważonych kryteriów – zdefiniowanie problemu	28
2.5.4. Metoda sumy ważonych kryteriów – wyniki optymalizacji	31
Zakończenie.....	39
3. Optymalizacja kształtu ekranów aktywnych – synteza pola magnetycznego	41
Wstęp	41
3.1. Zdefiniowanie obszaru chronionego	42
3.2. Pole magnetyczne w otoczeniu pojedynczego zwoju kołowego z prądem	43
3.3. Cewki Helmholtza.....	44
3.4. Cewki Maxwella	47
3.5. Synteza pola magnetycznego na osi ekranu aktywnego – układ pierwszy.....	49
3.5.1. Iteracyjnie regularyzowana metoda Gaussa-Newtona.....	50
3.5.2. Wyniki iteracyjnie regularyzowanej metody Gaussa-Newtona	51
3.5.3. Wyniki metody AG i krzywych Béziera.....	55
3.6. Synteza pola magnetycznego na osi ekranu aktywnego – układ drugi	62
3.6.1. Wyniki iteracyjnie regularyzowanej metody Gaussa-Newtona	63
3.6.2. Wyniki metody AG i krzywych Béziera.....	67
3.7. Synteza pola magnetycznego na osi ekranu aktywnego – układ trzeci	77
3.8. Synteza pola magnetycznego w obszarze skończonym – układ trzeci	87
3.9. Wykonanie ekranu aktywnego.....	97

3.10. Wpływ niedokładności wykonania ekranu aktywnego na rozkład pola magnetycznego.....	98
Zakończenie.....	100
4. Analiza ekranów dynamicznych.....	101
Wstęp.....	101
4.1. Wirujący ekran w statycznym polu magnetycznym.....	101
4.1.1. Zachowanie się współczynnika ekranowania dla małych wartości liczby Reynoldsa.....	103
4.1.2. Zachowanie się współczynnika ekranowania dla dużych wartości liczby Reynoldsa.....	104
4.2. Wirujący ekran w sinusoidalnie zmiennym polu magnetycznym.....	106
4.3. Wirujący ekran ferromagnetyczny w statycznym polu magnetycznym.....	108
Zakończenie.....	109
Podsumowanie.....	111
Literatura.....	113
Streszczenie.....	123
Summary.....	125
Zusammenfassung.....	127
Spis rysunków i tabel.....	129

Wykaz ważniejszych oznaczeń

A	– wektorowy potencjał magnetyczny (Wb/m)
B	– wektor indukcji magnetycznej (T)
E	– wektor natężenia pola elektrycznego (V/m)
$E(x)$	– całka eliptyczna drugiego rodzaju
f	– częstotliwość (Hz)
H	– wektor natężenia pola magnetycznego (A/m)
$I_n(x)$	– zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju, n -tego rzędu
I	– natężenie prądu (A)
J	– wektor gęstości prądu (A/m ²)
j	– jednostka urojona
$K_n(x)$	– zmodyfikowana funkcja Bessela drugiego rodzaju, n -tego rzędu
$K(x)$	– całka eliptyczna pierwszego rodzaju
x, y, z	– współrzędne w układzie kartezjańskim
r, φ, z	– współrzędne w układzie cylindrycznym
$\delta_\Omega = \sqrt{2/\Omega\mu\sigma}$	– parametr określający wnikanie jednorodnego pola do obracającego się ekranu
ε	– przenikalność elektryczna ($= \varepsilon_r \varepsilon_0$)
ε_r	– przenikalność elektryczna względna (dla próżni $\varepsilon_r = 1$)
ε_0	– stała elektryczna ($= 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m)
μ	– przenikalność magnetyczna środowiska ($= \mu_r \mu_0$)
μ_r	– przenikalność magnetyczna względna (dla próżni $\mu_r = 1$)
μ_0	– stała magnetyczna ($= 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m)
σ	– konduktywność (S/m)
ω	– pulsacja (rad/s)
Ω	– prędkość kątowa (rad/s)
V	– potencjał elektryczny (V)

1. Wstęp

1.1. Idea i zastosowanie ekranów pól elektromagnetycznych

Ekranowanie pól elektromagnetycznych odgrywa ważną rolę w różnych dziedzinach inżynierii, medycyny i nauki [18, 19, 25, 27, 29, 41, 43, 65, 68, 69, 71–74, 86, 89, 91, 104, 118, 154]. Głównym zadaniem ekranu jest zredukowanie poziomu natężenia pola elektromagnetycznego w określonym obszarze. Na ogół ekranami są różnego rodzaju obudowy, zazwyczaj metaliczne. Efekt zmniejszenia poziomu natężenia pola w zadanym obszarze można uzyskać przez odpowiednie dobranie kształtu obudowy oraz parametrów materiałowych ekranu. Dla niskich i średnich częstotliwości parametrami tymi są *przewodność elektryczna* oraz *przenikalność magnetyczna*. Dla częstotliwości wysokich dodatkowo należy uwzględnić *przenikalność elektryczną* [6, 30, 37, 43, 50, 101, 124, 129, 132, 163]. Najbardziej rozpowszechniony typ ekranowania to *ekranowanie bierne* lub *pasywne*, które wynika z dwóch różnych zjawisk fizycznych zachodzących w materiale ekranującym. Pierwsze z nich, nazywane *bocznikowaniem strumienia*, polega na „wciąganiu” linii pola magnetycznego w kierunku ferromagnetycznego materiału ekranującego, prostopadle do jego powierzchni. W rezultacie następuje odchylenie linii pola magnetycznego w ekranie i zredukowanie wartości natężenia pola w określonym *obszarze chronionym* [15, 17, 27, 35, 44, 51, 55, 74, 77, 80, 101, 102, 104, 107, 110, 118, 130, 148, 153, 154, 165].

Drugi mechanizm ekranowania pasywnego jest związany z indukowaniem się prądów wirowych w materiale przewodzącym, umieszczonym w zmiennym polu magnetycznym. Pochodzące od prądów wirowych wtórne pole magnetyczne „przeciwdziała” zewnętrznemu polu magnetycznemu w obszarze chronionym. Im większa konduktywność ekranu oraz częstotliwość zewnętrznego pola, tym większa skuteczność ekranowania [4, 5, 9, 11, 20, 22, 24, 27, 45–50, 82, 85, 97, 98, 121, 147].

Ekranu mają zastosowanie wszędzie tam, gdzie trzeba odseparować określone obszary od różnych źródeł pól elektromagnetycznych. Chronią czułe urządzenia elektroniczne przed szkodliwymi interferencjami [27, 29, 74, 132, 155] oraz osłaniają różnego rodzaju przyrządy elektroniczne [161, 163] i obwody wrażliwe na zakłócenia [52, 85]. Odgrywają niezwykle ważną rolę w fizyce i medycynie podczas wykonywania badań oraz pomiarów [25, 35, 36, 65, 69, 71, 72, 78, 91, 104, 114, 139]. Specjalne pokoje, zbudowane z materiałów ferromagnetycznych, są stosowane w różnego rodzaju laboratoriach badawczych [18, 19, 65, 164, 165]. Ekranu pasywne mają także olbrzymie znaczenie w różnych gałęziach przemysłu elektroenergetycznego. Na przykład w transformatorach zapobiegają szkodliwym skutkom cieplnym [154], ekranują przewody wysokiego napięcia częstotliwości energetycznych [153, 154] oraz przewody sygnałowe [45, 50] i zasilające [121, 159].

Przedmiotem współczesnych badań naukowych jest nadal nie do końca poznany wpływ pola magnetycznego na organizmy i tkanki biologiczne [136, 167].

Ekranu pasywne mogą mieć różne kształty. Analiza ferromagnetycznych, pełnych ekranów sferycznych i nieskończenie długich ekranów cylindrycznych umieszczonych w sta-

tycznym polu magnetycznym jest znanym i rozwiązaniem problemem akademickim. Pierwsze publikacje na ten temat pojawiły się już w latach 90. XIX wieku [110, 120], natomiast monograficznie zagadnienia te ujęto i rozszerzono w [118]. W pracy [171] przedstawiono rozwiązanie analityczne z wykorzystaniem funkcji elementarnych dla pełnego, przewodzącego ekranu sferycznego umieszczonego w zewnętrznym, zmiennym polu magnetycznym.

W innych publikacjach analizowano różne umiejscowione przewodzące lub ferromagnetyczne płyty [4, 15, 150], ażurowe ekrany sferyczne [55, 171], pierścienie [44, 155], a także ekrany o innych kształtach [23, 85, 158, 159]. W przypadku niemagnetycznych ekranów przewodzących rozważano kształty plastra miodu [5], podkowy [24, 48], ekrany wielowarstwowe [16, 28, 34, 105–107, 122, 135], a także różnego rodzaju puszki ze szczelinami [21, 63].

Efekt ekranowania można również uzyskać, gdy przewodzący materiał, umieszczony w zewnętrznym, statycznym lub zmiennym w czasie polu magnetycznym zostanie wprowadzony w ruch wirowy. W tym przypadku zaindukowane przez ruch prądu Foucaulta powodują zredukowanie poziomu natężenia pola magnetycznego w obszarze chronionym [79, 180]. Ten typ ekranowania można nazwać *ekranowaniem dynamicznym*. Zjawisko indukowania się prądów w poruszających się lub wirujących przewodnikach, umieszczonych w polu magnetycznym, jest dobrze znane [8, 12, 13, 31–33, 61, 70, 82, 92, 111, 151]. Jednak analiza skuteczności ekranowania wirujących struktur przewodzących nie była do tej pory szeroko dyskutowana w literaturze, z wyjątkiem [171, 180].

Ekrany dynamiczne są stosowane na przykład w maszynach synchronicznych z nadprzewodzącym uzwojeniem wzbudzenia. Wówczas zadaniem ekranu jest ochrona nadprzewodzącego uzwojenia wzbudzenia przed szkodliwymi zmiennymi polami magnetycznymi [61].

Jeżeli znany jest rozkład zewnętrznego pola magnetycznego, można skonstruować układ elektromagnetyczny, który skompensuje pole magnetyczne w obszarze chronionym. Pole „przeciwdziałające” musi mieć taką samą częstotliwość (dla pól zmiennych w czasie), amplitudę i kierunek, jak pole zewnętrzne, ale przeciwny zwrot. Ten typ ekranowania nazywany jest *ekranowaniem aktywnym* [27]. Jako ekrany aktywne zazwyczaj są stosowane różnego rodzaju zestawy cewek i pojedyncze solenoidy [2, 3, 25, 56, 57, 59, 114, 117, 134, 135, 139, 144, 145, 172–175]. W praktyce ekrany aktywne często są stosowane razem z ekranami pasywnymi [18, 19, 90, 91, 128]. Dla projektanta ważny jest odpowiedni dobór prądów zasilających poszczególne sekcje solenoidu [2, 78, 145, 169] lub sama geometria solenoidu [3, 144]. Są to tak zwane zagadnienia *syntezy*, a z matematycznego punktu widzenia problematyka ta należy do klasy *źle postawionych zagadnień odwrotnych* pola elektromagnetycznego (ang. *ill posed inverse problems*) [3, 152].

W literaturze podano też wyniki analiz teoretycznych oraz eksperymentów dotyczących ekranowania z wykorzystaniem nadprzewodników wysokotemperaturowych [26, 35, 93, 103, 105, 119, 150, 165]. Pewnym ograniczeniem tej techniki ekranowania jest jednak konieczność zapewnienia odpowiedniego chłodzenia i ochrony nadprzewodnika przed wpływem zmiennych pól magnetycznych [38].

Skuteczność działania ekranu można analizować w różny sposób. W przypadku ekranów o pewnym stopniu symetrii (np. ekranów pełnych sferycznych oraz cylindrycznych nieskończenie długich) można zastosować klasyczne metody analityczne. Polegają one na roz-

wiązaniu, na przykład metodą rozdzielania zmiennych, odpowiedniego układu równań różniczkowych [7, 41, 51, 52, 83, 84, 87, 110, 115] lub układu równań całkowych [11, 15, 20, 22, 122]. Dla kształtów bardziej złożonych nie można jednak uzyskać rozwiązania analitycznego. Współczesne metody numeryczne umożliwiają analizę rozkładu pól magnetycznych dla trójwymiarowych obiektów o dużym stopniu złożoności. Do popularniejszych należą metoda elementów skończonych (MES) oraz metoda elementów brzegowych (MEB).

W projektowaniu ekranów elektromagnetycznych niezwykle ważne jest określenie *optymalnego* kształtu ekranu pasywnego lub aktywnego, który w określonych warunkach i przy zadanych ograniczeniach zapewnia najlepszą z możliwych do uzyskania skuteczność działania. Zagadnienia optymalizacji i syntezy są trudniejsze niż zagadnienia analizy. Widać to chociażby po zdecydowanie mniejszej liczbie prac naukowych poświęconych ścisłym, matematycznym metodom dotyczącym projektowania ekranów [9, 15, 24, 39, 57, 72, 73, 85, 104, 107, 128, 156].

1.2. Cel i teza pracy

Zasadniczym celem rozprawy jest opracowanie ścisłych, matematycznych metod optymalizacji kształtu aktywnych ekranów pola magnetycznego umieszczonych w równomiernym, statycznym polu magnetycznym, tak aby zapewnić minimum modułu wektora natężenia pola magnetycznego w obszarze chronionym.

Realizując cel rozprawy, w trzecim rozdziale potwierdzono tezę, że dla założonych ograniczeń projektowych istnieje optymalny kształt ekranu, a efektywnymi narzędziami poszukiwania minimum funkcji celu są algorytmy genetyczne sprzężone z krzywymi Béziera oraz iteracyjnie regularyzowana metoda Gaussa-Newtona.

Dodatkowymi celami była jednokryterialna i wielokryterialna optymalizacja kształtu ekranu wzbudnika oraz całego wzbudnika używanego w Magnetycznej Tomografii Indukcyjnej (drugi rozdział), a także analiza skuteczności ekranowania wirujących ekranów cylindrycznych umieszczonych w poprzecznym, statycznym i zmiennym polu magnetycznym (czwarty rozdział).

W drugim rozdziale przedstawiono wykorzystanie metody elementów skończonych (program Comsol Multiphysics) do obliczania zagadnienia prostego, dotyczącego rozkładu pola magnetycznego. W czwartym rozdziale w zwartej formie omówiono zależności analityczne określające skuteczność ekranowania wirującego ekranu cylindrycznego umieszczonego w poprzecznym statycznym i zmiennym polu magnetycznym. Koncepcja wszystkich zastosowanych procedur jest wyłącznym i oryginalnym osiągnięciem autora niniejszej pracy.

1.3. Układ pracy

Rozprawa składa się ze wstępu, trzech rozdziałów oraz podsumowania. Na końcu zamieszczono wykaz cytowanej literatury, streszczenie oraz spis rysunków i tabel.

W **drugim rozdziale** zaprezentowano zastosowanie algorytmów genetycznych sprzężonych z metodą elementów skończonych do optymalizacji wzbudnika stosowanego w Ma-

gnetycznej Tomografii Indukcyjnej. Przyjęto, że ekran wzbudnika jest generowany przez obrót dookoła osi symetrii dwóch krzywych płaskich: prostej łamanej oraz krzywej Béziera.

Przedstawiono dwie różne metody optymalizacyjne, które pozwoliły osiągnąć wyznaczony cel, mianowicie optymalizację jednokryterialną oraz wielokryterialną. Wybór jednej z nich uzależniono od liczby kryteriów branych pod uwagę w procesie optymalizacji. W pierwszym przypadku wzięto pod uwagę jedno kryterium – maksymalizacji współczynnika ekranowania w obszarze chronionym. Przy zadanych ograniczeniach projektowych uzyskano i przedstawiono optymalny kształt ekranu wzbudnika.

W drugim przypadku uwzględniono dodatkowe kryterium – maksymalizacji modułu wektora gęstości prądów wirowych w obiekcie badanym.

Wykazano, że do rozwiązania problemu optymalizacji wielokryterialnej można zastosować dwie różne techniki: metodę ograniczonych kryteriów oraz metodę sumy ważonych kryteriów. W pierwszej jedno kryterium wybrano jako podstawowe i poszukiwano jego ekstremum, natomiast drugie przyjęto jako ograniczenie. W drugiej metodzie funkcjom celu przydzielono odpowiednie wagi i poszukiwano ekstremum globalnej funkcji celu. Dla obu metod zaprezentowano optymalne kształty wzbudnika z uwzględnieniem ograniczeń projektowych. Otrzymano różne kształty optymalne w zależności od wyboru wartości wag. Ponadto w procesie optymalizacji wyznaczono optymalną częstotliwość prądu płynącego w cewce wzbudzającej. Wykazano, że im wyższa częstotliwość, tym większa skuteczność ekranowania. Maksymalna wartość modułu wektora gęstości prądów wirowych w przybliżeniu odpowiada częstotliwości wzbudzenia wynikającej z zależności na zastępczą głębokość wnikania fali.

W trzecim rozdziale, zasadniczym rozdziale rozprawy, przedstawiono optymalizację kształtu wybranych układów ekranów aktywnych. Z teoretycznego punktu widzenia zagadnienia te należą do problemów syntezy pola magnetycznego, które w matematyce są opisane przez nieliniowe, źle postawione zagadnienia odwrotne. Przeanalizowano trzy klasy solenoidów, dla których dokonano syntezy pola magnetycznego na ich osi. Dla trzeciego układu dodatkowo wykonano synteze pola magnetycznego w całym obszarze skończonym.

Dla dwóch pierwszych układów zaprezentowano dwie niezależne metody syntezy pola magnetycznego na osi solenoidu, to jest iteracyjnie regularyzowaną metodę Gaussa-Newtona i metodę opartą na algorytmach genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera. Wykazano, że uwzględniając niektóre ograniczenia projektowe, można uzyskać optymalny kształt solenoidu generującego w pewnym zakresie założony rozkład pola magnetycznego na jego osi. Iteracyjnie regularyzowana metoda Gaussa-Newtona daje bardzo dobre rezultaty, lecz w pewnych warunkach otrzymane kształty mogą być skomplikowane i trudne w praktycznej realizacji. W metodzie tej dodatkowym problemem jest brak możliwości implementowania w prosty sposób różnych ograniczeń projektowych, związanych z geometrią optymalizowanej struktury solenoidu. Wymaga ona także precyzyjnego ustawienia parametrów startowych, projektowych oraz odpowiedniego doboru wartości współczynnika regularyzacji. Ograniczeń tych jest pozbawiona druga zaproponowana metoda, która opiera się na wykorzystaniu algorytmów genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera. Pozwala ona na łatwe zaimplementowanie różnych warunków i ograniczeń, a otrzymane wyniki są porównywalne z wynikami otrzymanymi w iteracyjnie regularyzowanej metodzie Gaussa-Newtona.

W trzecim układzie założono, że zarówno wewnętrzna jak i zewnętrzna powierzchnia jest generowana z obrotu dwóch krzywych Béziera wokół osi symetrii. Przedstawiono syntezę pola magnetycznego na osi solenoidu. Zagadnienie optymalizacyjne rozszerzono na cały obszar skończony, gdzie minimalizowaną funkcję celu przedstawiono za pomocą wektorowego potencjału magnetycznego. Przeanalizowano wpływ niedokładności wykonania solenoidu na rozkład pola magnetycznego w obszarze chronionym.

W **czwartym rozdziale** przedstawiono analizę skuteczności działania ekranów dynamicznych. Dokonano analizy przewodzących struktur cylindrycznych obracających się z ustaloną prędkością kątową w równomiernym, statycznym i zmiennym polu magnetycznym. Dla nieskończonego ekranu cylindrycznego zamieszczono rozwiązanie analityczne oraz przejście graniczne dla małej i dużej wartości parametru odpowiadającego magnetycznej liczbie Reynoldsa. Zbadano wpływ częstotliwości pola zewnętrznego i prędkości obrotowej ekranu na skuteczność ekranowania. Wykazano, że gdy częstotliwość pola zewnętrznego pokrywa się z częstotliwością wirowania ekranu, współczynnik ekranowania osiąga minimum. Dodatkowo przeprowadzono analizę wirujących ekranów ferromagnetycznych, dla których również przedstawiono dokładne zależności analityczne określające skuteczność ekranowania.

1.4. Przegląd wybranych równań elektromagnetyzmu

Zjawiska elektromagnetyczne ilościowo opisane są czterema równaniami Maxwella. Wiążą one ze sobą pole elektryczne, pole magnetyczne, prądy i ładunki elektryczne. W przypadku analizowania układów poruszających się w polu magnetycznym należy dodatkowo uwzględnić wzór na siłę Lorentza.

W niniejszej pracy założono, że ekrany są umieszczone w jednorodnym statycznym lub sinusoidalnie zmiennym polu magnetycznym. Podstawą analizy są dwa pierwsze równania Maxwella (z pominięciem wektora gęstości prądu przesunięcia) [27, 74, 75, 79, 81, 82, 88, 96, 112, 118, 142, 147, 153, 169]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

gdzie:

$\mathbf{H}$ – wektor natężenia pola magnetycznego,

$\mathbf{J}$ – wektor gęstości prądu,

$\mathbf{E}$ – wektor natężenia pola elektrycznego,

$\mathbf{B}$ – wektor indukcji magnetycznej,

t – czas.

Jeżeli ekran ma konduktywność σ i może być w ruchu obrotowym w stosunku do zewnętrznego obserwatora, to wektor gęstości prądu $\mathbf{J}$ jest wyrażany następującą zależnością [13, 142, 143]:

$$\mathbf{J} = \sigma [\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})] \quad (1.3)$$

gdzie:

$$\mathbf{v} = r\Omega \mathbf{1}_\varphi,$$

$\mathbf{v}$ – wektor lokalnej prędkości liniowej punktów przekroju ekranu w płaszczyźnie zawierającej oś obrotu,

r – odległość tych punktów od osi obrotu,

Ω – prędkość kątowna ekranu.

Równania (1.1) i (1.2) są rozwiązywane zazwyczaj z wykorzystaniem wektorowego potencjału magnetycznego $\mathbf{A}$ i skalarnego potencjału elektrycznego V [75, 81, 88, 142]:

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A} \quad (1.4)$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad} V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (1.5)$$

Po przekształceniach i uwzględnieniu warunku kalibracyjnego dla wektorowego potencjału magnetycznego $\text{div} \mathbf{A} = -\mu\sigma V$ z równań (1.1)–(1.5) otrzymuje się następujący układ równań:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \begin{cases} \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \text{rot} \mathbf{A} \right) & \text{w ekranie} \\ 0 & \text{w powietrzu} \end{cases} \quad (1.6)$$

gdzie μ – przenikalność magnetyczna środowiska.

W przypadku wymuszenia sinusoidalnie zmiennego w równaniu (1.6) zamiast pochodnej $\partial \mathbf{A} / \partial t$ należy wstawić $j\omega \mathbf{A}$. W niniejszej pracy równanie (1.6) rozwiązywano analitycznie za pomocą metody rozdzielania zmiennych lub numerycznie z wykorzystaniem MES.

Współczynnik ekranowania określający skuteczność działania ekranu jest różnie definiowany w literaturze [27, 74, 118]. Wybór konkretnej postaci wyrażenia opisującego współczynnik zależy głównie od częstotliwości pola magnetycznego oraz „charakteru” względnego położenia układu pole – ekran – obszar chroniony. Ponieważ niniejsza praca dotyczy problemów ekranowania pól niskiej i średniej częstotliwości, a we wszystkich przedstawionych problemach optymalizacji ekranowane jest pole zewnętrzne, przyjęto definicję współczynnika ekranowania w punkcie jako procentowy stosunek wartości bezwzględnej różnicy modułu wektora natężenia pola magnetycznego przy braku ekranu i natężenia pola magnetycznego po umieszczeniu ekranu do modułu wektora natężenia pola magnetycznego w tym punkcie bez ekranu [118, 171]:

$$S(\%) = \frac{|\mathbf{H}| - |\mathbf{H}_{\text{z ekranem}}|}{|\mathbf{H}|} \cdot 100 \quad (1.7)$$

Dla środowisk liniowych i izotropowych (rozważanych w niniejszej pracy) współczynnik ekranowania S może być określony również za pomocą modułu wektora indukcji magnetycznej $\mathbf{B}$ (po uwzględnieniu zależności $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$).

2. Optymalizacja kształtu ekranów pasywnych

Wstęp

Optymalizacja, będąca procesem poszukiwania najlepszego rozwiązania danego zagadnienia, jest najczęściej przeprowadzana ze względu na takie kryteria, jak koszty, wydajność, czy bezpieczeństwo. Oczywiście wydaje się, że ma doprowadzić do zaprojektowania urządzenia charakteryzującego się najwyższą jakością i skutecznością działania. W projektowaniu optymalnym często jest brany pod uwagę również aspekt ekonomiczny. Z matematycznego punktu widzenia poszukiwane są ekstrema funkcji, które mogą opisywać takie cechy urządzenia, jak na przykład niezawodność działania (w tym przypadku maksymalizuje się funkcję) czy koszty jego wyprodukowania (tutaj funkcja jest minimalizowana). We współczesnej inżynierii są to zagadnienia niezwykle istotne, dlatego w pracach badawczych poświęconych projektowaniu optymalnemu zwraca się uwagę na wybór odpowiedniego kryterium i samej metody optymalizacyjnej [14, 24, 39, 40, 57, 58, 66, 72, 85, 100, 112, 128, 159].

Ze względu na rodzaj wybranej techniki poszukiwania ekstremum można wyróżnić następujące metody optymalizacyjne:

- metody deterministyczne,
- metody przeglądowe,
- metody stochastyczne,
- metody oparte na sztucznej inteligencji.

Wszystkie te metody umożliwiają odnalezienie ekstremum funkcji celu, ale w metodach deterministycznych jest to silnie uzależnione od parametrów startowych i kryteriów osiągnięcia zbieżności. Jeśli tylko uda się poprawnie dobrać wartości tych parametrów, to jest duże prawdopodobieństwo, że uzyskane rezultaty będą najlepsze z możliwych. W praktyce można napotkać problemy z doбором odpowiednich wartości tych parametrów. Wtedy metoda nie daje zakładanej zbieżności, a wyniki są niewiarygodne [2, 3, 14, 40, 60, 64, 67, 112, 157].

Metody przeglądowe polegają na przeszukiwaniu całej przestrzeni możliwych rozwiązań punkt po punkcie. Ta technika optymalizacji sprawdza się tylko dla bardzo małej przestrzeni możliwych rozwiązań, natomiast w innym przypadku jest bardzo wolna, a przez to zupełnie nieefektywna.

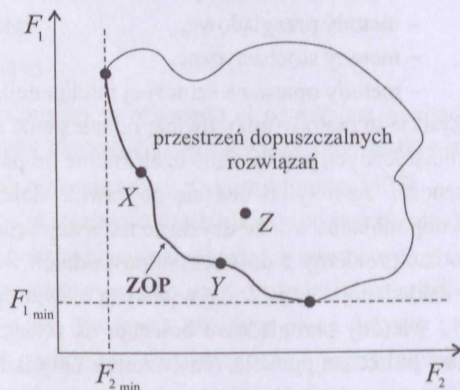
Jeżeli ze względu na czas nie można poszukiwać rozwiązania optymalnego w całej przestrzeni możliwych rozwiązań, to celowe jest zastosowanie metod opartych na losowym kryterium wyboru. Umożliwiają to metody stochastyczne, do których należą techniki ewolucyjne, a ich przedstawicielami są między innymi algorytmy genetyczne.

Ze względu na ewolucyjno-losowy charakter kryterium wyboru, algorytmy genetyczne nie są wrażliwe na wartości parametrów startowych. Dobrze sprawdzają się w zagadnieniach optymalizacji i poszukiwania ekstremum funkcjonalu wielu zmiennych (wielu parametrów projektowych), ponieważ są oparte na mechanizmach doboru naturalnego. Nie wymagają zdefiniowania analitycznego funkcjonalu oraz gradientu funkcjonalu opisywanego zagadnienia [58, 66].

Na etapie projektowania konstruktor często musi uwzględnić różne ograniczenia ekonomiczno-aplikacyjne. Wtedy z matematycznego punktu widzenia stosuje się odpowiednią technikę optymalizacji z ograniczeniami nakładanymi na zmienne projektowe. Jeżeli w procesie optymalizacji projektant uwzględnia tylko jedno kryterium (na przykład skuteczność działania urządzenia), to mówi się o tak zwanej *optymalizacji jednokryterialnej* [66, 67, 149, 176]. Praktyczne problemy związane z szeroko pojętym projektowaniem najczęściej dotyczą wielu wymagań (wielu kryteriów), które muszą być spełnione jednocześnie. Nierzadko też okazuje się, że wymagania te mogą być przeciwstawne (na przykład maksymalizacja jakości i jednoczesna minimalizacja kosztów) lub niekiedy wzajemnie się wykluczać. W takiej sytuacji tradycyjne podejście optymalizacyjne jest niewystarczające, należy wtedy skorzystać z technik opartych na tak zwanej *optymalizacji wielokryterialnej* [39, 67, 149, 177, 178].

Rezultaty optymalizacji wielokryterialnej są zdecydowanie bardziej pomocne projektantowi, ponieważ otrzymuje się nie pojedyncze rozwiązanie, ale cały zbiór możliwych rozwiązań. Historycznie jako pierwszy zagadnienie optymalizacji wielokryterialnej matematycznie sformułował włoski ekonomista V. Pareto [100, 149]. Rozwiązanie problemu optymalizacji wielokryterialnej jest optymalne w sensie Pareto wówczas, gdy nie jest możliwe znalezienie rozwiązania lepszego z uwagi na co najmniej jedno kryterium bez pogorszenia pod względem pozostałych kryteriów [100, 149]. Dla zobrazowania problemu założmy teoretycznie, że w procesie optymalizacji są brane pod uwagę dwa kryteria. Poszukiwane są wartości minimalne odpowiadających im dwóch funkcji celu: F_1 i F_2 . Na rysunku 2.1 przedstawiono przykładową przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań wraz krzywą reprezentującą zbiór optymalny Pareto (ZOP).

Rozwiązanie oznaczone jako Z w zagadnieniu optymalizacji może być polepszone ze względu na kryteria F_1 i F_2 . W rozwiązaniach oznaczonych jako X i Y nie można uzyskać takiego polepszenia. Poprawa pod względem jednego z nich powoduje pogorszenie pod względem drugiego. Rozwiązania X i Y należą zatem do zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto [100].



Rys. 2.1. Schemat optymalizacji wielokryterialnej z zadaną przestrzenią dopuszczalnych rozwiązań oraz zbiorem rozwiązań optymalnych ZOP; X , Y , Z – punkty reprezentujące możliwe rozwiązania

W literaturze podano różne metody optymalizacji wielokryterialnej. W niniejszej pracy zaprezentowano rezultaty dwóch wybranych metod [100]:

- metody sumy ważonych kryteriów (ang. *Weighted Sum Method*),
- metody ograniczonych kryteriów (ang. *Trade-off Method*, *ε -constraint Method*).

Opis metody sumy ważonych kryteriów

Metoda sumy ważonych kryteriów jest jedną z częściej używanych metod optymalizacji wielokryterialnej. W metodzie tej ogólnie definiuje się globalną funkcję celu, która następnie jest minimalizowana [100, 149]:

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k w_i F_i(\mathbf{x}) = \min. \quad (2.1)$$

gdzie:

w_i – wagi,

F_i – funkcje celu,

$\mathbf{x}$ – poszukiwany wektor zmiennych projektowych.

Metoda ta dobrze sprawdza się wówczas, gdy pod uwagę trzeba wziąć wiele kryteriów ($k \geq 2$); F_i są to funkcje celu reprezentujące wszystkie uwzględniane kryteria optymalizacji, a w_i – przypisane im wagi. Jeżeli wartości wag w_i są dodatnie, to minimum wyrażenia (2.1) jest zawsze optymalne w sensie Pareto. Jeżeli funkcje celu F_i reprezentują różne wielkości fizyczne, a ich możliwe wartości różnią się znacznie, to najpierw trzeba je znormalizować. Ponadto dla wag w_i wprowadza się warunek:

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad (2.2)$$

Odpowiednie dobranie wartości wag wpływa na rozwiązanie minimalizacji wyrażenia (2.1), jednak w literaturze nie przedstawiono jasnych reguł ich doboru. Oczywiście jest, że zwiększając wartość jednej wagi (i tym samym zmniejszając wartość drugiej), zmienia się „siłę” oddziaływania związanej z nią funkcji celu na globalną funkcję celu. W przedstawionych poniżej przykładach wartości wag są dobierane eksperymentalnie, lecz z zachowaniem warunku (2.2). Dla analizowanego problemu przedstawionego na rysunku 2.1 w wyrażeniach (2.1) i (2.2) należy przyjąć wartość parametru $k = 2$.

Opis metody ograniczonych kryteriów

Innym podejściem do optymalizacji wielokryterialnej jest sprowadzenie problemu do postaci jednokryterialnej względem wybranego kryterium, uznanego za podstawowe. Dopuszczalne poziomy wartości dla pozostałych kryteriów są z góry ustalone i traktowane jako ograniczenia zawężające przestrzeń możliwych rozwiązań. Ogólnie problem optymalizacji w tej metodzie jest sformułowany następująco [100]:

$$\begin{cases} \text{znajdź wektor } \mathbf{x} \text{ zapewniający} \\ F_p(\mathbf{x}) = \min. \\ \text{pod warunkiem, że } l_i \leq F_i(\mathbf{x}) \leq \varepsilon_i \end{cases} \quad (2.3)$$

gdzie:

F_p – funkcja celu odpowiadająca kryterium podstawowemu,

F_i – funkcje celu reprezentujące pozostałe kryteria będące ograniczeniami,

$\mathbf{x}$ – poszukiwany wektor zmiennych projektowych.

Dla przykładu przedstawionego na rysunku 2.1 funkcja F_p może odpowiadać zarówno funkcji celu F_1 , jak i F_2 . Należy jednakże pamiętać, że wybór jednej z nich jako „podstawowej” determinuje wybór drugiej jako ograniczenia. Parametry l oraz ε to odpowiednio dolne i górne granice wartości funkcji celu odpowiadających ograniczeniom. Jeżeli istnieje rozwiązanie zagadnienia (2.3), to jest ono zawsze „słabo” optymalne w sensie Pareto.

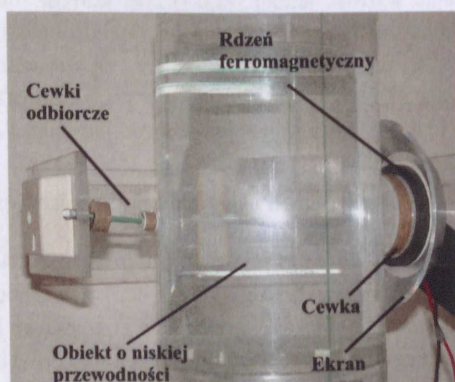
W dalszej części pracy przedstawiono wyniki zastosowania wymienionych metod do optymalizacji kształtu ekranu wzbudnika oraz całego układu wzbudzenia używanego w Magnetycznej Tomografii Indukcyjnej.

2.1. Magnetyczna Tomografia Indukcyjna

Magnetyczna Tomografia Indukcyjna (ang. *Magnetic Induction Tomography* – MIT) jest nieinwazyjną techniką tomografii, która umożliwia przestrzenne obrazowanie rozkładu konduktywności oraz przenikalności elektrycznej w badanych obiektach. System pomiarowy MIT zazwyczaj składa się ze wzbudnika, który generuje pierwotne pole magnetyczne, oraz zestawu cewek odbiorczych. Pierwotne pole magnetyczne indukuje prądy wirowe w badanym obiekcie, które są źródłem wtórnego pola magnetycznego. Pole to, zawierające informację o rozkładzie przestrzennym poszukiwanych wielkości, jest wykrywane zestawem cewek odbiorczych. W przypadku obiektów o niskiej konduktywności, takich jak tkanki biologiczne, odebrane sygnały są bardzo małe. W związku z tym dla zapewnienia najwyższej czułości cały system pomiarowy musi być bardzo precyzyjnie zaprojektowany [140, 141, 176–179].

Prototyp wzbudnika systemu MIT został zbudowany na Zachodniopomorskim Uniwersytecie Technologicznym w Szczecinie (rys. 2.2). Składa się on z cewki wzbudzającej, rdzenia ferromagnetycznego (o względnej przenikalności magnetycznej $\mu_r = 1000$) oraz przewodzącego ekranu.

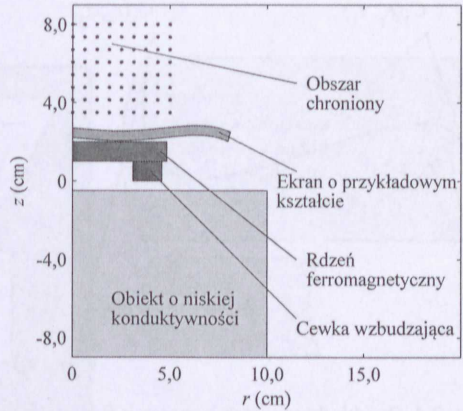
Zadaniem przewodzącego ekranu jest ochrona czułych urządzeń elektronicznych przed szkodliwym wpływem pola, a także skierowanie pierwotnego pola magnetycznego do wnętrza badanego obiektu. W procesie optymalizacji zaprojektowano kształt ekranu przewodzącego z uwzględnieniem ograniczeń projektowych. Na rysunku 2.3 schematycznie przedstawiono wzbudnik wraz z ekranem o przykładowym kształcie (o konduktywności $\sigma = 3,5 \cdot 10^7$ S/m), badany obiekt ($\sigma = 0,6$ S/m) oraz obszar chroniony z osią z jako osią symetrii. Konduktywność badanego obiektu odpowiada przewodności tkanek biologicznych.



Rys. 2.2. System pomiarowy MIT z prototypem wzbudnika [179]

Położenie obszaru chronionego dobrano tak, aby w pewnym sensie odpowiadało umiejscowieniu elektronicznej aparatury kontrolno-pomiarowej. Ekran składa się z blachy przewodzącej o grubości d , a jego kształt, powstały z obrotu krzywej płaskiej wokół osi symetrii, w procesie optymalizacji dobierano tak, aby spełnić założone wymagania projektowe. Rozważano dwie klasy krzywych płaskich. W jednym z analizowanych przypadków jest to prosta łamana, a w innym krzywa Béziera.

W pracy założono, że ekran będzie miał strukturę osiowosymetryczną z osią pokrywającą się z osią obszaru chronionego i badanego obiektu. Dodatkowo przyjęto założenie, że powierzchnia ekranu nie będzie mogła tworzyć struktury zamkniętej.



Rys. 2.3. System pomiarowy MIT ze wzbudnikiem i ekranem o przykładowym kształcie

2.2. Krzywe Béziera

Poszukiwany, optymalny kształt ekranu jest zupełnie nieznaną i może mieć dowolną formę, ograniczoną jedynie skrajnymi wartościami zmiennych projektowych. Krzywe Béziera po raz pierwszy przedstawił w 1962 roku francuski inżynier Pierre Bézier, który użył ich do projektowania karoserii samochodowych. Współcześnie krzywe te można znaleźć w prawie wszystkich programach typu CAD (ang. *Computer-aided design*). Krzywe Béziera są gładkie, elastyczne, proste w opisie matematycznym, a ich kształt można łatwo zmieniać przez podanie współrzędnych zaledwie kilku tak zwanych *punktów kontrolnych*. Płaska krzywa Béziera jest zdefiniowana następującym równaniem parametrycznym [113]:

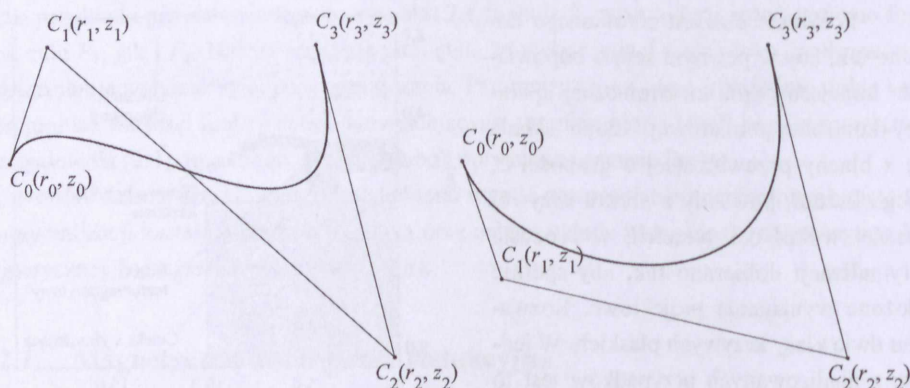
$$\begin{Bmatrix} r(t) \\ z(t) \end{Bmatrix} = \sum_{i=0}^n \begin{Bmatrix} r_i \\ z_i \end{Bmatrix} B_{i,n}(t) \quad (2.4)$$

gdzie:

r_i, z_i – współrzędne punktów kontrolnych $C_i(r_i, z_i)$ krzywej Béziera,
 $B_{i,n}(t)$ – wielomiany Bernsteina:

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (2.5)$$

Na rysunku 2.4 przedstawiono przykładowe krzywe Béziera trzeciego rzędu ($n = 3$) utworzone na podstawie czterech punktów kontrolnych C_i ($i = 0, \dots, 3$).



Rys. 2.4. Przykłady płaskich krzywych Béziera trzeciego rzędu

Krzywa Béziera najczęściej przechodzi tylko przez krańcowe punkty kontrolne C_0 i C_n . Znalezione są w nich również kierunki stycznych do krzywej, określone odpowiednio wektorami $C_1 - C_0$ i $C_n - C_{n-1}$.

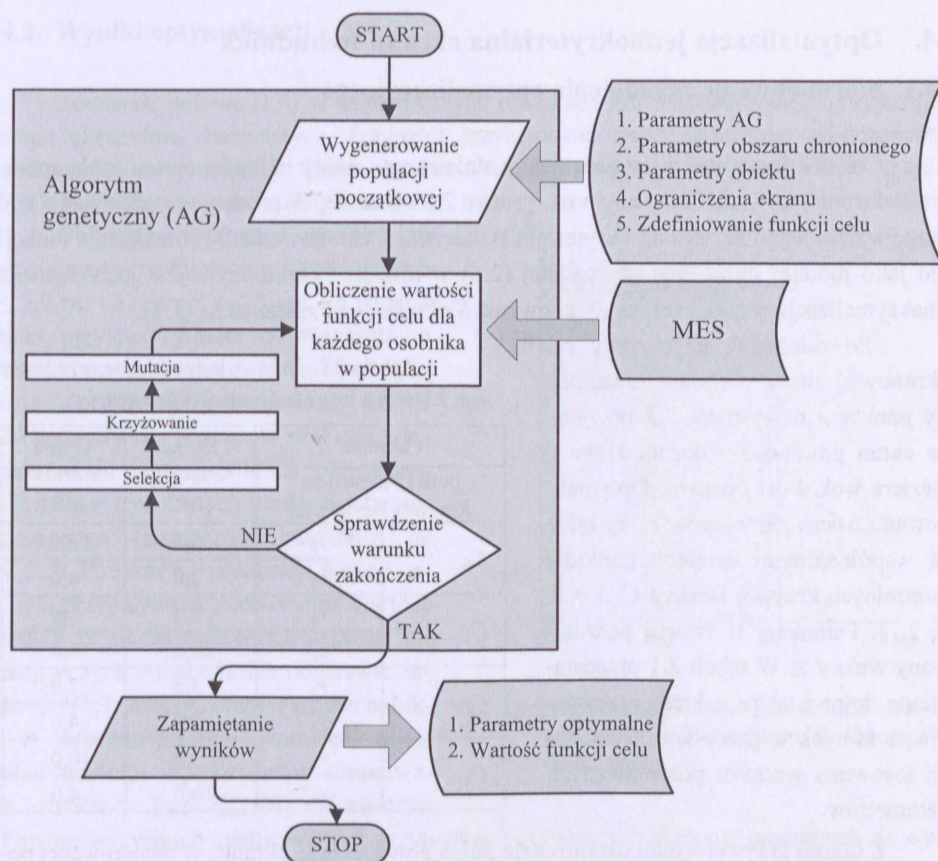
2.3. Algorytm minimalizujący – algorytmy genetyczne (AG)

Ze względu na dużą liczbę optymalizowanych parametrów zdecydowano się na wybór algorytmów genetycznych jako metody poszukującej ekstremum funkcji celu. W niniejszej pracy do poszukiwania optymalnego kształtu ekranu zmodyfikowano algorytm genetyczny (AG) przedstawiony w pracy [66]. Kod programu został napisany w środowisku do obliczeń technicznych MATLAB, natomiast do obliczenia funkcji celu (zagadnienia prostego) wykorzystano funkcje komercyjnego pakietu do obliczeń MES o nazwie Comsol Multiphysics. Schemat blokowy działania algorytmu genetycznego sprzężonego z metodą elementów skończonych przedstawiono na rysunku 2.5.

W pierwszym kroku określono parametry startowe algorytmu genetycznego, parametry obszaru chronionego, parametry obiektu badanego oraz ograniczenia projektowe dla ekranu. W metodzie tej głównym ograniczeniem projektowym jest maksymalne, dozwolone pole powierzchni blachy ekranującej D_0 . Parametry dotyczące algorytmów genetycznych to rozmiar populacji początkowej, całkowita liczba generacji, współczynnik selekcji oraz współczynnik mutacji. Na tym etapie zdefiniowano również funkcję celu. Z matematycznego punktu widzenia zagadnienie optymalizacji jest procesem, w którym jest wyznaczany wektor $\mathbf{x}$ reprezentujący parametry ekranu, dla którego minimalizowano moduł indukcji magnetycznej B_z ekranem w obszarze chronionym:

$$|B_{z \text{ ekranem}}(\mathbf{x})| = \min. \quad (2.6)$$

gdzie $B_{z \text{ ekranem}}$ odpowiada wektorowi indukcji magnetycznej w obszarze chronionym w obecności ekranu.



Rys. 2.5. Schemat blokowy optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu genetycznego (AG) oraz MES

Praca algorytmu genetycznego rozpoczyna się od wylosowania populacji początkowej. Następnie, w wyniku sprzężenia algorytmu genetycznego z metodą elementów skończonych, oblicza się funkcję celu (2.6) dla wszystkich osobników w populacji. W dalszym etapie następuje selekcja. W metodzie przyjęto, że współczynnik selekcji jest równy 0,5. Oznacza to, że dokładnie połowa populacji (połowa najlepiej „przystosowanych” osobników) przechodzi do następnego procesu, zwanego krzyżowaniem. Określa on, w jaki sposób z wyselekcjonowanych osobników powstaną nowe. Ostatnim etapem jest tak zwana mutacja. Jej zadaniem jest wprowadzenie nieznacznych zmian wartości parametrów w niektórych osobnikach. Zapobiega to zbyt wczesnemu zbieganiu się algorytmu genetycznego, a co za tym idzie, odnalezieniu ekstremum lokalnego zamiast globalnego. W zasadzie mutacja ma drugorzędne znaczenie, zatem współczynnik mutacji nie może być duży. W pracy przyjęto jego wartość równą 0,2. Praca algorytmu genetycznego kończy się, gdy spełnione są jednocześnie następujące warunki: wartość funkcji celu nie zmienia się w ciągu kolejnych generacji i zostanie osiągnięta maksymalna liczba generacji. Na końcu zapisywane są wartości parametrów optymalnych wraz z wartością funkcji celu.

2.4. Optymalizacja jednokryterialna ekranu wzbudnika

2.4.1. Sformułowanie zagadnienia optymalizacyjnego

Celem optymalizacji jest zaprojektowanie ekranu, który najlepiej chroni czułą aparaturę elektroniczną w zdefiniowanym na rysunku 2.3 obszarze. W procesie projektowania pod uwagę wzięto jedno kryterium – kryterium skuteczności ekranowania. Minimalizacja funkcji celu jako modułu indukcji magnetycznej (2.6) w obszarze chronionym jest jednoznaczna z maksymalizacją współczynnika ekranowania S określonego zależnością (1.7).

Po założeniu, że chcemy z ekranować obszar chroniony oznaczony punktami na rysunku 2.3 przyjęto, że ekran powstanie z obrotu krzywej Béziera wokół osi symetrii. Optymalizowano osiem parametrów r_i, z_i , które są współrzędnymi czterech punktów kontrolnych krzywej Béziera C_i , $i = 0, 1, 2, 3$. Parametry te tworzą poszukiwany wektor $\mathbf{x}$. W tabeli 2.1 przedstawiono dolne i górne zakresy przedziałów, z których w procesie optymalizacji losowano wartości poszukiwanych parametrów.

Tabela 2.1. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów

Parametr		Dolna wartość (cm)	Górna wartość (cm)
punkty kontrolne krzywej Béziera C_i			
C_0	r_0	0,5	3,0
	z_0	2,0	4,0
C_1	r_1	2,5	5,0
	z_1	10,0	4,0
C_2	r_2	3,5	7,0
	z_2	-10,0	4,0
C_3	r_3	5,5	10,0
	z_3	-10,0	4,0

Z obrotu krzywej wokół osi powstaje dolna powierzchnia ekranu. Wygenerowanej powierzchni przypisano pewną grubość (równą grubości blachy d) oraz parametr materiałowy równy konduktywności σ (blacha niemagnetyczna, przenikalność magnetyczna μ równa przenikalności próżni μ_0). Jak wspomniano, założono również, że do dyspozycji jest maksymalne, dozwolone pole powierzchni blachy ekranującej D_0 . Do obliczenia pola powierzchni powstałej przez obrót krzywej Béziera wokół osi wykorzystano następującą zależność:

$$D_0 = 2\pi \sum_{i=1}^N r_i \Delta l_i \quad (2.7)$$

gdzie:

N – liczba odcinków, na które podzielono krzywą,

$\Delta l_i, r_i$ – odpowiednio długość odcinków oraz odległość ich środków od osi obrotu.

Dla $N \rightarrow \infty$ zależność (2.7) przechodzi w znane twierdzenie Pappusa-Guldina [166]:

$$D_0 = 2\pi r_0 l \quad (2.8)$$

gdzie:

l – długość krzywej płaskiej,

r_0 – odległość środka ciężkości krzywej płaskiej od osi obrotu.

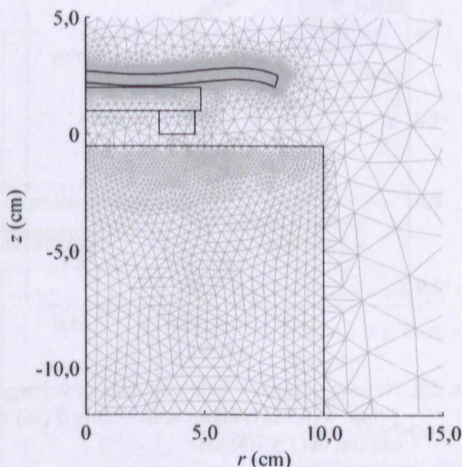
2.4.2. Wyniki optymalizacji

Równanie połowe (1.6) w analizowanych obszarach jest rozwiązywane numerycznie metodą elementów skończonych. Fragment przykładowej siatki elementów skończonych przedstawiono na rysunku 2.6. Siatka użyta do obliczeń była gęstsza i zawierała około 25 tys. trójkątnych elementów skończonych.

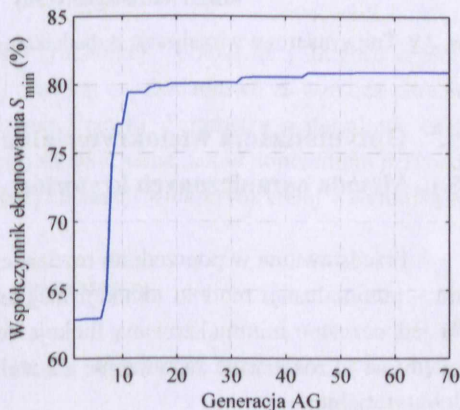
Obliczenia wykonano dla obszaru chronionego o wymiarach geometrycznych $r \leq 5,0$ cm i $3,8$ cm $\leq z \leq 8$ cm. Za badany obiekt przyjęto cylinder o prostokątnym przekroju i wymiarach 20×12 cm (ze względu na symetrię osiową analizowany obszar miał wymiary 10×12 cm). W praktyce wartości modułu indukcji pola magnetycznego obliczano w dyskretnych punktach obszaru chronionego (zaznaczone punktami na rys. 2.3). Podczas optymalizacji funkcji celu była przypisywana maksymalna wartość indukcji ze zbioru wszystkich wartości indukcji w tych punktach. Na podstawie zależności (1.7) maksymalnej wartości indukcji w badanym punkcie odpowiada minimalna wartość współczynnika ekranowania, oznaczona jako $S_{\min}$ (%). W związku z tym we wszystkich analizowanych przypadkach dotyczących ekranów pasywnych na wykresach przedstawiano parametr $S_{\min}$ (%). Wykres parametru $S_{\min}$ (%) w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego przedstawiono na rysunku 2.7.

Obliczenia wykonano dla ekranu o maksymalnym, dozwolonym polu powierzchni $D_0 = 0,05$ m², grubości $d = 5$ mm, konduktywności $\sigma = 3,5 \cdot 10^7$ S/m oraz częstotliwości pola $f = 100$ kHz. W procesie optymalizacji przyjęto rozmiar populacji równy 32 oraz liczbę generacji równą 70. Oznacza to, że za pomocą algorytmu genetycznego obliczono dokładnie 2240 zagadnień prostych.

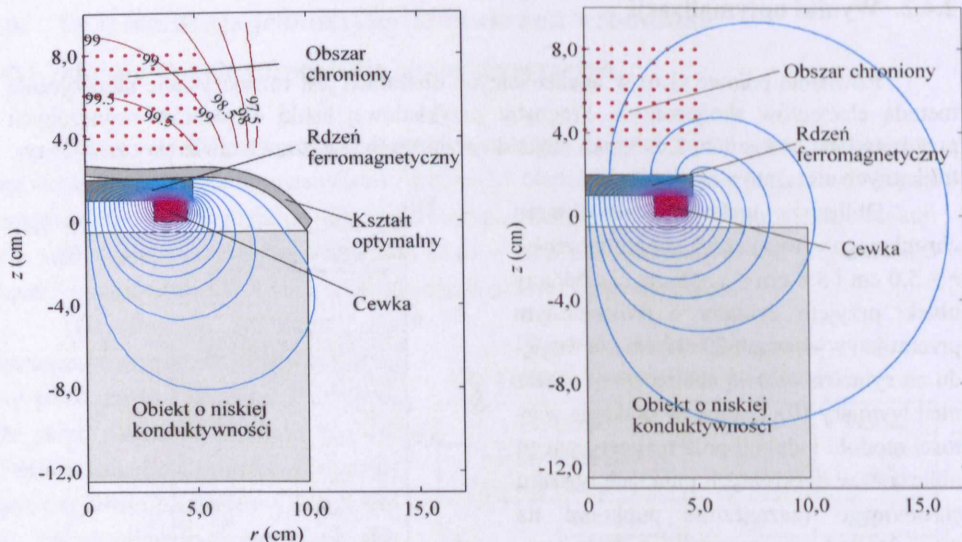
Na rysunku 2.8 po lewej stronie przedstawiono układ MIT wraz z optymalnym kształtem ekranu wzbudnika oraz zaznaczonymi liniami współczynnika ekranowania S w obszarze chronionym. Dla porównania po prawej stronie, pokazano układ wzbudnika bez ekranu. Trójwymiarową wizualizację samego wzbudnika z ekranem o optymalnym kształcie przedstawiono na rysunku 2.9.



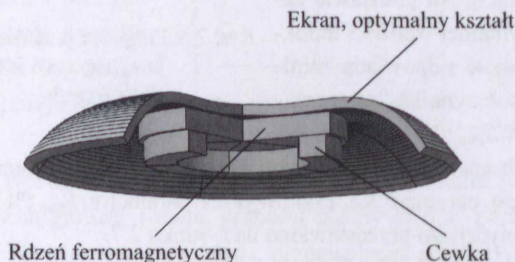
Rys. 2.6. Fragment przykładowej siatki MES składającej się z 16 700 trójkątnych elementów skończonych



Rys. 2.7. Wartości współczynnika ekranowania $S_{\min}$ (%) po kolejnych generacjach algorytmu genetycznego



Rys. 2.8. Po lewej stronie – linie pola magnetycznego dla wzbudnika z ekranem o kształcie optymalnym i linie współczynnika ekranowania S (%) w obszarze chronionym; po prawej – wzbudnik bez ekranu dla $f = 100$ kHz



Rys. 2.9. Trójwymiarowa wizualizacja wzbudnika z ekranem o optymalnym kształcie dla $f = 100$ kHz

2.5. Optymalizacja wielokryterialna wzbudnika

2.5.1. Metoda ograniczonych kryteriów – zdefiniowanie problemu

Przedstawiona w poprzednim rozdziale optymalizacja dotyczyła pojedynczego kryterium – minimalizacji modułu indukcji magnetycznej w obszarze chronionym. Wielkość ta była jednocześnie minimalizowaną funkcją celu zależną od parametrów projektowych. Ze względu na to rozważane zagadnienie zakwalifikowano do klasy problemów optymalizacji jednokryterialnej.

Jak wspomniano w opisie Magnetycznej Tomografii Indukcyjnej, zadaniem przewoźącego ekranu jest nie tylko ochrona urządzeń kontrolno-pomiarowych systemu, ale także zwiększenie czułości całego systemu MIT przez skierowanie głównego strumienia mag-

netycznego do wnętrza badanego obiektu. Zapewni to najwyższą czułość całego systemu i tym samym umożliwi lepsze wykrywanie zmian konduktywności. Czułość systemu w istocie rzeczy zależy od wartości gęstości prądów wirowych indukowanych w badanym obiekcie. Jak wiadomo, gęstość prądów wirowych zmniejsza się wraz z głębokością, zatem pożądane jest zaprojektowanie wzbudnika zapewniającego maksymalną wartość tej wielkości [141, 177].

Na rysunku 2.10 schematycznie przedstawiono system pomiarowy MIT z zaznaczonymi na dnie badanego obiektu punktami pomiarowymi prądów wirowych. Punkty te leżą w bliskim sąsiedztwie zestawu cewek odbiorczych. Punktami zaznaczono również położenia dwóch obszarów chronionych.

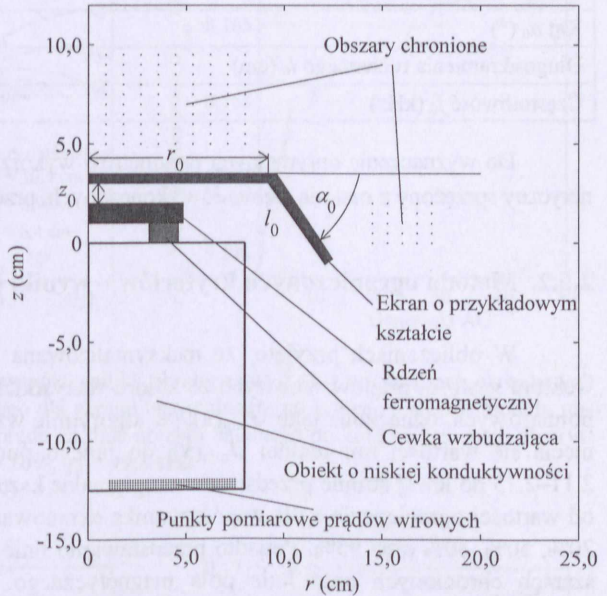
Podobnie jak w poprzednim podrozdziale optymalizowano przewodzący ekran wzbudnika Magnetycznej Tomografii Indukcyjnej. Tym razem założono jednak, że ekran powstanie nie z obrotu krzywej Béziera, lecz z obrotu prostej łamanej wokół osi symetrii. W procesie optymalizacji wyznaczono również optymalną częstotliwość f_0 prądu w cewce wzbudzającej.

Optymalizowany ekran składa się z części „stałej”, której długość r_0 może być zmieniana, oraz z części „ruchomej”. Położenie i długość części ruchomej wyznaczają odpowiednio parametr l_0 oraz kąt α_0 . Dodatkowo za pomocą parametru z_0 optymalizowano odległość ekranu od rdzenia i cewki. Parametry materiałowe ekranu, rdzenia ferromagnetycznego i obiektu badanego są takie same, jak w poprzednim przypadku.

Zgodnie z zależnością (2.3) problem optymalizacji wielokryterialnej wzbudnika MIT zdefiniowano następująco:

$$\begin{cases} \text{znajdź wektor } \mathbf{x} = [r_0, z_0, l_0, \alpha_0, f_0]^T \text{ zapewniający} \\ |J(\mathbf{x})| = \max. \\ \text{pod warunkiem, że } |B_{z, \text{ekranem}}(\mathbf{x})| \leq \varepsilon \text{ (lub } S(\mathbf{x}) \geq \tau) \end{cases} \quad (2.9)$$

W wyrażeniu (2.9) uwzględniono fakt, że minimalizacja modułu wektora indukcji magnetycznej $|B_{z, \text{ekranem}}(\mathbf{x})|$ jest równoważna maksymalizacji współczynnika ekranowania S , zgodnie z zależnością (1.7).



Rys. 2.10. System pomiarowy MIT ze wzbudnikiem i ekranem o przykładowym kształcie – optymalizacja wielokryterialna

Możliwe wartości optymalizowanych parametrów projektowych przedstawiono w tabeli 2.2.

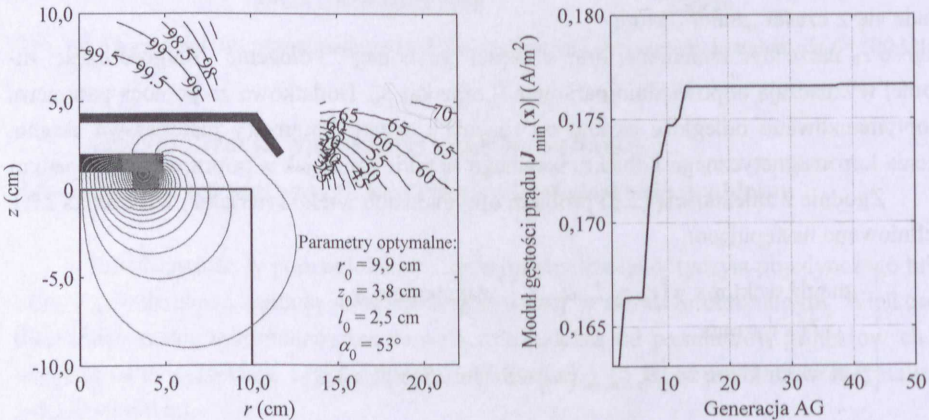
Tabela 2.2. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów

Parametr	Dolna wartość	Górna wartość
Długość stałego ramienia r_0 (cm)	5,0	15,0
Odległość od rdzenia z_0 (cm)	2,1	4,0
Kąt α_0 (°)	0,0	90,0
Długość ramienia ruchomego l_0 (cm)	0,1	15,0
Częstotliwość f_0 (kHz)	30,0	100,0

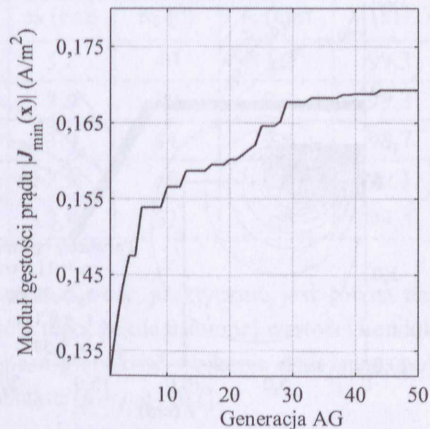
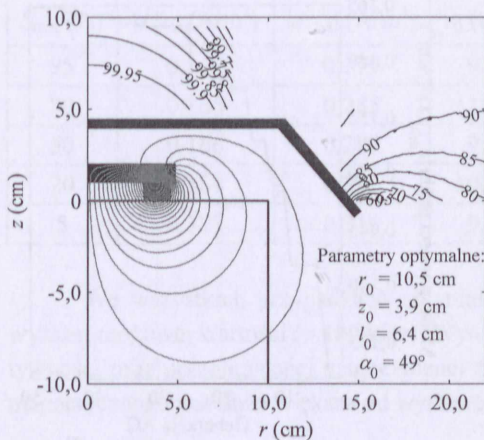
Do wyznaczenia optymalnych parametrów wykorzystano zmodyfikowany algorytm genetyczny sprzężony z metodą elementów skończonych, przedstawiony w rozdziale 2.3 (rys. 2.5).

2.5.2. Metoda ograniczonych kryteriów – wyniki optymalizacji

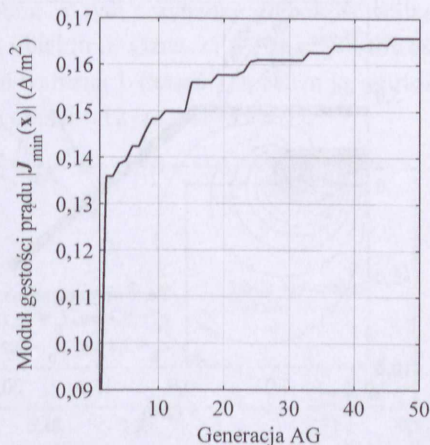
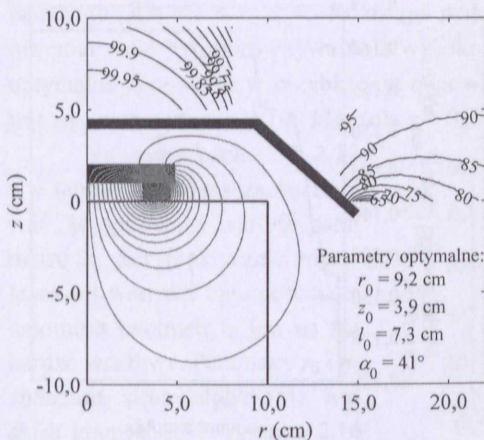
W obliczeniach przyjęto, że maksymalizowana będzie minimalna wartość modułu wektora gęstości prądów wirowych ze zbioru wszystkich wartości obliczanych w punktach pomiarowych, oznaczona jako $|J_{min}(x)|$ (w algorytmie wzięto pod uwagę możliwość przesunięcia się wartości minimalnej $|J_{min}(x)|$ do innego punktu pomiarowego). Na rysunkach 2.11–2.15 po lewej stronie przedstawiono optymalne kształty ekranu wzbudnika w zależności od wartości ograniczenia τ dla współczynnika ekranowania S_{min} równego odpowiednio 5%, 20%, 50%, 80% oraz 95%. Ponadto przedstawiono linie współczynnika ekranowania w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego. Wartości modułu gęstości prądu $|J_{min}(x)|$ w badanym obiekcie po kolejnych generacjach algorytmu genetycznego pokazano na tych rysunkach po prawej stronie.



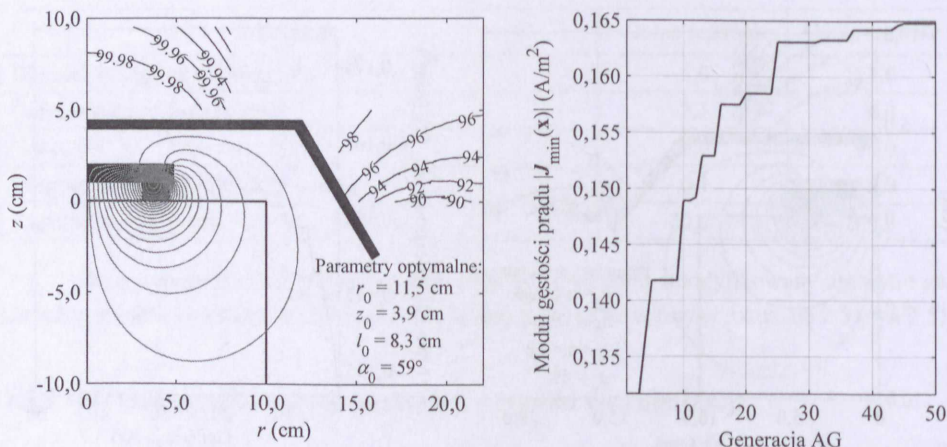
Rys. 2.11. Po lewej stronie – rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla ekranu optymalnego; po prawej – wykres modułu minimalnej wartości gęstości prądu na dnie obiektu badanego po kolejnej generacji algorytmu genetycznego; $S_{min} = \tau = 5\%$, $f_0 = 99,3$ kHz



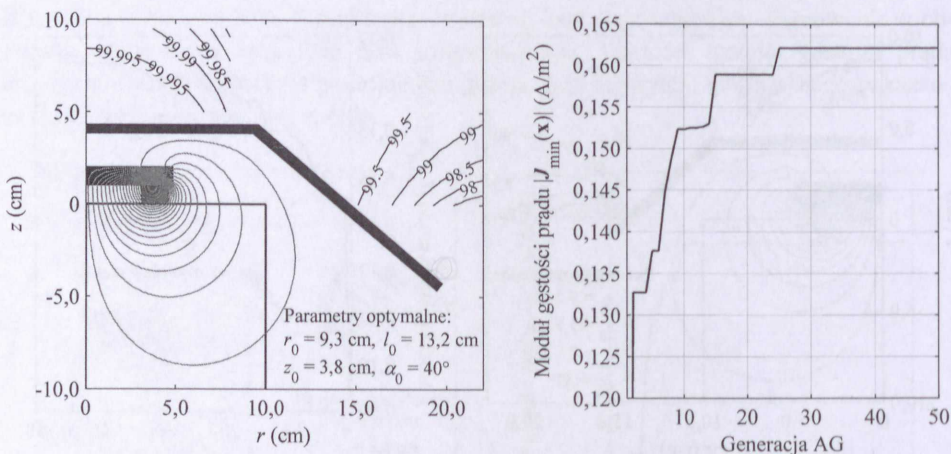
Rys. 2.12. Po lewej stronie – rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla ekranu optymalnego; po prawej – wykres modułu minimalnej wartości gęstości prądu na dnie obiektu badanego po kolejnej generacji algorytmu genetycznego; $S_{\min} = \tau = 20\%$, $f_0 = 99,3 \text{ kHz}$



Rys. 2.13. Po lewej stronie – rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla ekranu optymalnego; po prawej – wykres modułu minimalnej wartości gęstości prądu na dnie obiektu badanego po kolejnej generacji algorytmu genetycznego; $S_{\min} = \tau = 50\%$, $f_0 = 98,7 \text{ kHz}$



Rys. 2.14. Po lewej stronie – rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla ekranu optymalnego; po prawej – wykres modułu minimalnej wartości gęstości prądu na dnie obiektu badanego po kolejnej generacji algorytmu genetycznego; $S_{\min} = \tau = 80\%$, $f_0 = 99,3$ kHz



Wyniki optymalizacji sumarycznie zamieszczono w tabeli 2.3.

Tabela 2.3. Wyniki optymalizacji dla różnych wartości współczynnika ekranowania S

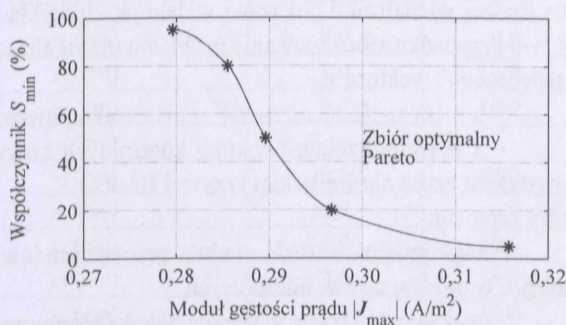
$S_{\min} (\%)$	$ J_{\min} (A/m^2)$	$ J_{\max} (A/m^2)$	$r_0 (cm)$	$z_0 (cm)$	$\alpha_0 (^\circ)$	$l_0 (cm)$	$f_0 (kHz)$
95	0,162	0,279	9,3	3,8	40	13,2	99,3
80	0,165	0,285	11,5	3,9	59	8,3	99,3
50	0,166	0,289	9,2	3,9	41	7,3	98,7
20	0,169	0,297	10,5	3,9	49	6,4	99,3
5	0,177	0,316	9,9	3,8	53	2,5	99,3

We wszystkich przypadkach optymalna częstotliwość praktycznie jest równa najwyższej możliwej wartości (≈ 100 kHz). Wynika to z tego, że dla ustalonej wartości konduktywności oraz przenikalności magnetycznej zastępuje głębokość wnikania zmiennego pola magnetycznego jest dużo większa od wymiarów obiektu ($\mu = \mu_0$) [142]:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma}} \quad (2.10)$$

Ponieważ prądy wirowe na dnie obiektu badanego zanikają dla częstotliwości pola $f = 0$ oraz $f = \infty$, to słusznie się zakłada, że musi istnieć częstotliwość między wartością równą zeru a nieskończonością, dla której poszukiwana gęstość prądu na dnie obiektu badanego $|J(r_1 < r < r_2, z = -h)|$ osiąga maksimum. W tym przypadku głębokość wnikania pola musi być porównywalna z wysokością obiektu h . Oznacza to, że częstotliwość optymalna f_0 powinna w przybliżeniu odpowiadać wartości $1/(\pi \mu_0 \sigma h^2)$, a zatem jej wartość jest znacznie wyższa niż 100 kHz (dla $\sigma = 0,6$ S/m oraz $h = 12$ cm, $f \approx 30$ MHz).

Na rysunkach 2.9–2.12 i w tabeli 2.3 można zaobserwować, że optymalna wartość parametru z_0 jest praktycznie niezależna od wartości ograniczenia τ , natomiast parametr l_0 jest na nią bardzo wrażliwy. Parametry r_0 i α_0 zmieniają się relatywnie w wąskich granicach. Na rysunku 2.16 przedstawiono wykres minimalnej wartości współczynnika ekranowania $S_{\min} (\%)$ w funkcji maksymalnej wartości modułu gęstości prądu $|J_{\max}| (A/m^2)$ na dnie obiektu

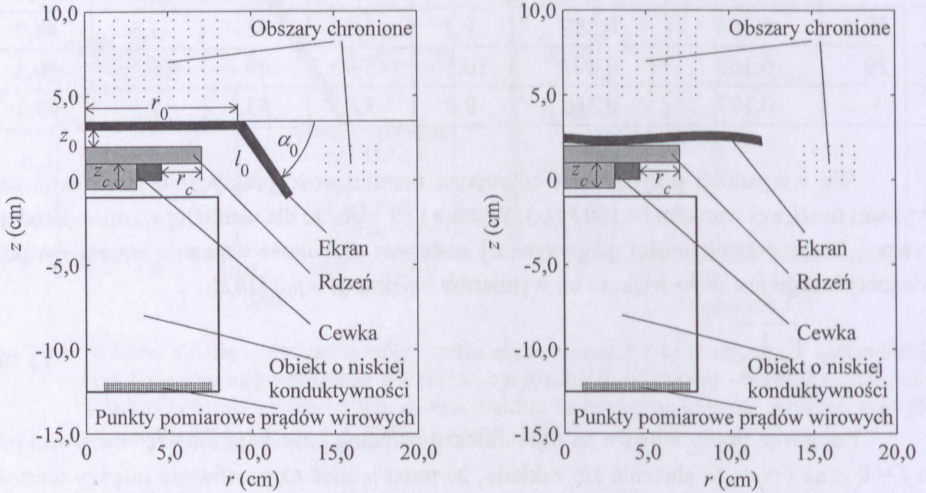


Rys. 2.16. Wykres współczynnika ekranowania $S_{\min}$ w funkcji modułu gęstości prądu $|J_{\max}|$ na dnie obiektu badanego dla różnych wartości parametru ε (oznaczone gwiazdkami)

Wzrost wartości współczynnika ε otrzymuje się punkty należące do zbioru optymalnego Pareto.

2.5.3. Metoda sumy ważonych kryteriów – zdefiniowanie problemu

W podrozdziale tym przedstawiono optymalizację wzбудnika MIT jako proces wyznaczania optymalnego kształtu ekranu przewodzącego, rdzenia ferromagnetycznego oraz częstotliwości prądu w cewce wzbudzającej. Na rysunku 2.17 schematycznie przedstawiono rozważany problem.



Rys. 2.17. System pomiarowy MIT z optymalizowanym wzbudnikiem; po lewej stronie – wzbudnik z przykładowym kształtem ekranu powstałym z obrotu prostej łamanej, po prawej – wzbudnik z przykładowym kształtem ekranu powstałym z obrotu krzywej Béziera

Założono, że ekran powstanie z obrotu dwóch krzywych płaskich, czyli prostej łamanej (rys. 2.17 po lewej stronie), a następnie krzywej Béziera (rys. 2.17 po prawej stronie). Dla lepszej wizualizacji pokazano wzbudnik z przykładową grubością ekranu równą 5 mm. W tym przypadku sformułowanie problemu optymalizacyjnego sprowadza się do znalezienia „najlepszego” wektora $\mathbf{x}$:

– $\mathbf{x} = [r_0, r_c, l_0, z_0, z_c, \alpha_0, f_0]^T$ – dla ekranu powstałego przez obrót prostej łamanej,

– $\mathbf{x} = [\text{współrzędne punktów kontrolnych krzywej Béziera}, r_c, z_c, f_0]^T$ – dla ekranu powstałego przez obrót płaskiej krzywej Béziera, który zapewni:

– maksymalną wartość modułu gęstości prądów wirowych $|\mathbf{J}(\mathbf{x})|$ na dnie obiektu badanego, w pobliżu cewek odbiorczych,

– maksymalną wartość współczynnika ekranowania $S(\mathbf{x})$ w obszarach chronionych.

Jak można zauważyć, w procesie optymalizacji funkcje celu odpowiadające powyższym kryteriom są maksymalizowane, a odpowiadające im wartości bezwzględne różnią się zdecydowanie. W związku z tym celowe jest znormalizowanie rozważanych funkcji. Uwzględniając dodatkowo, że w zastosowanym algorytmie genetycznym (przedstawiony w rozdziale 2.4) jest poszukiwane minimum, ostatecznie uzyskuje się następującą funkcję celu U :

$$U(\mathbf{x}) = w_1 \frac{|J_{\max}| |J_{\min}| |J(\mathbf{x})| - |J_{\min}|}{|J_{\max}| - |J_{\min}|} + w_2 \frac{1}{S(\mathbf{x})} \quad (2.11)$$

gdzie:

w_1, w_2 – wagi,

$w_1 + w_2 = 1$,

$|J_{\min}|, |J_{\max}|$ – minimalna i maksymalna wartość modułu gęstości prądów wirowych na dnie badanego obiektu.

W tabelach 2.4 i 2.5 przedstawiono dolne i górne zakresy przedziałów, z których w procesie optymalizacji następuje losowanie wartości parametrów projektowych, odpowiednio dla ekranu powstałego przez obrót prostej łamanej i krzywej Béziera.

Tabela 2.4. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla prostej łamanej

Parametr	Dolna wartość	Górna wartość
Długość stałego ramienia r_0 (cm)	2,0	12,0
Parametr geometryczny rdzenia r_c (cm)	0,1	4,0
Długość ramienia ruchomego l_0 (cm)	0,1	15,0
Odległość od rdzenia z_0 (cm)	2,0	4,0
Parametr geometryczny rdzenia z_c (cm)	0,1	1,4
Kąt α_0 (°)	0,0	90,0
Częstotliwość f_0 (MHz)	0,03	100,00

Tabela 2.5. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla krzywej Béziera

Parametr		Dolna wartość	Górna wartość
punkty kontrolne krzywej Béziera C_i			
C_0	r_0 (cm)	0,0	0,0
	z_0 (cm)	1,0	4,0
C_1	r_1 (cm)	0,0	10,0
	z_1 (cm)	$= z_0$	
C_2	r_2 (cm)	0,5	10,0
	z_2 (cm)	1,0	4,0
C_3	r_3 (cm)	1,0	10,0
	z_3 (cm)	-2,0	4,0
C_4	r_4 (cm)	3,0	13,0
	z_4 (cm)	-2,0	4,0
C_5	r_5 (cm)	5,0	15,0
	z_5 (cm)	-2,0	4,0
Parametr geometryczny rdzenia r_c (cm)		0,1	4,0
Parametr geometryczny rdzenia z_c (cm)		0,1	1,4
Częstotliwość f_0 (MHz)		0,03	100,00

W procesie optymalizacji częstotliwość wzbudzenia f_0 może mieć wartość równą nawet 100 MHz. Jak wiadomo, częstotliwość f_0 determinuje w MES maksymalny rozmiar elementu skończonego, który może być co najwyżej równy długości fali. W związku z tym ekran należałoby zdyskretyzować dużą liczbą elementów skończonych, co w rezultacie przełożyłoby się na bardzo długi czas obliczeń. W celu ominięcia tego problemu na krawędziach ekranu przewodzącego zastosowano *impedancyjny warunek brzegowy* ($A = A_\varphi(r, z) \mathbf{1}_\varphi$) [162]:

$$\sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\varepsilon_0 \varepsilon_r - j\sigma/\omega}} \mathbf{n} \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{A} \quad (2.12)$$

gdzie:

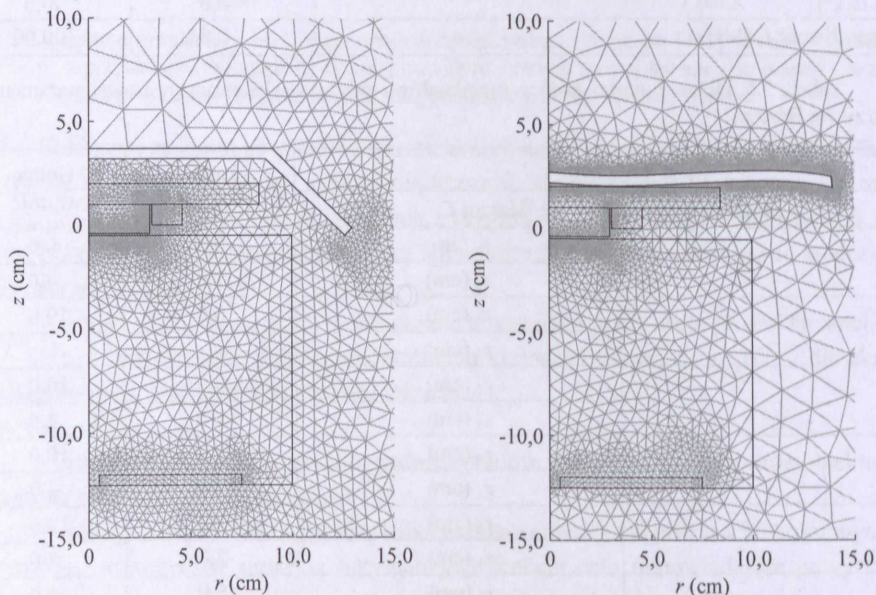
$\mu_r = 1$ – względna przenikalność magnetyczna,

$\varepsilon_r = 1$ – względna przenikalność elektryczna,

$\mathbf{n}$ – wektor normalny do krawędzi ekranu,

$\mathbf{H}$ – wektor natężenia pola magnetycznego.

Wykorzystanie warunku (2.12) powoduje, że obszar ekranu jest wyłączony z obliczeń. Jako materiał ekranujący przyjęto miedź o konduktywności $\sigma = 5,99 \cdot 10^7$ S/m. Na rysunku 2.18 przedstawiono przykładową siatkę elementów skończonych dla dwóch analizowanych typów ekranów. Pokazano także niepodlegające dyskretyzacji obszary ekranów. Dla lepszej wizualizacji siatki przedstawiono wzbudnik z przykładową grubością ekranu równą 5 mm. Siatka stosowana w obliczeniach była gęstsza i składała się z około 22 tys. elementów skończonych.



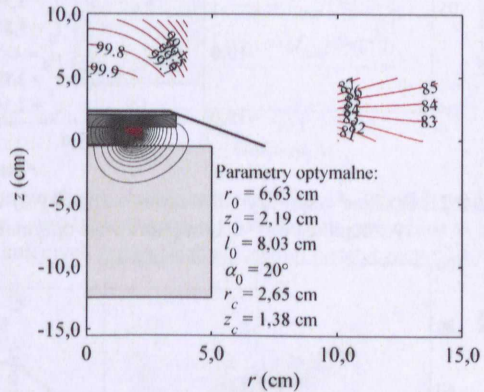
Rys. 2.18. Fragment przykładowej siatki MES składającej się z około 12 tys. trójkątnych elementów skończonych; po lewej stronie – zdyskretyzowany wzbudnik z przykładowym kształtem ekranu powstałym z obrotu prostej łamanej, po prawej – zdyskretyzowany wzbudnik z przykładowym kształtem ekranu powstałym z obrotu krzywej Béziera

2.5.4. Metoda sumy ważonych kryteriów – wyniki optymalizacji

Wyniki dla ekranu powstałego przez obrót prostej łamanej

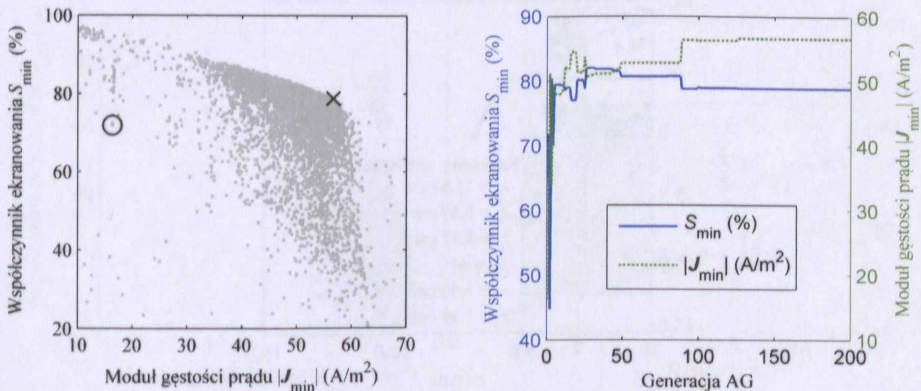
We wszystkich obliczeniach przyjęto konduktywność obiektu badanego równą 60 S/m oraz grubość ekranu d wynoszącą 1 mm. Przyjęcie mniejszej grubości ekranu w tym przy-

padku wynika z większej dozwolonej częstotliwości wzbudzenia f . Optymalizowano siedem zmiennych projektowych (tabela 2.4). W czasie działania algorytmu genetycznego wykonywano 200 generacji. Rozmiar populacji przyjęto równy 42, co oznacza, że w celu wyznaczenia rozwiązania optymalnego wykonano dokładnie 8400 zagadnień prostych. Na rysunkach 2.19–2.28 przedstawiono wyniki optymalizacji dla różnych wartości wagi w_1 . Komplet pojedynczych wyników stanowią dwa rysunki – na jednym zaprezentowano wzбудnik optymalny, a na drugim – dwa wykresy związane z pracą algorytmu genetycznego. Na przykład, na rysunku 2.19 pokazano wzбудnik optymalny dla wagi $w_1 = 0,01$, na rysunku

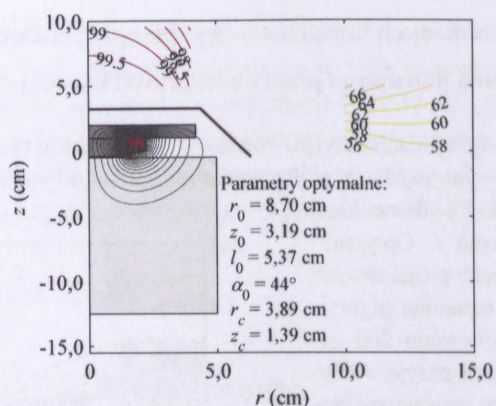


Rys. 2.19. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,01$; częstotliwość optymalna $f_0 = 5,50$ MHz

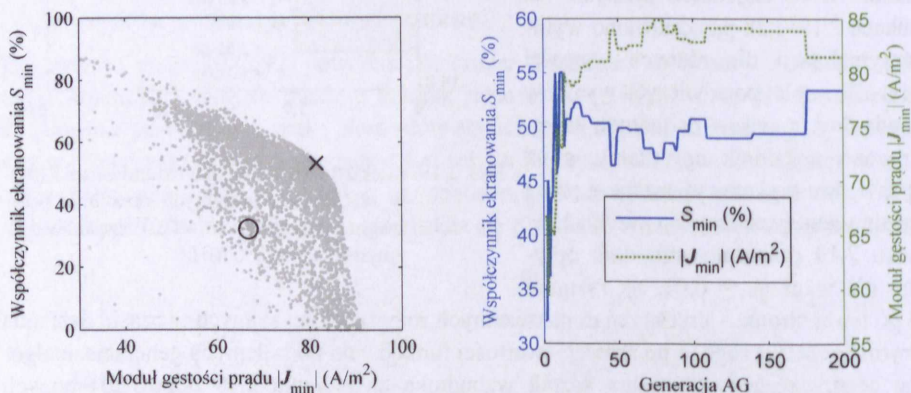
2.20 po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań uzyskanych w czasie działania algorytmu genetycznego, a po prawej – wartości funkcji celu po kolejnych generacjach algorytmu genetycznego. Optymalny kształt wzбудnika na rysunku 2.19 odpowiada pozycji punktu, który na rysunku 2.20 po lewej stronie oznaczono symbolem x. Wyniki przedstawiono w porządku rosnących wartości wagi w_1 , równej odpowiednio 0,01 (rys. 2.19–2.20), 0,1 (rys. 2.21–2.22), 0,5 (rys. 2.23–2.24), 0,9 (rys. 2.25–2.26), 0,99 (rys. 2.27–2.28).



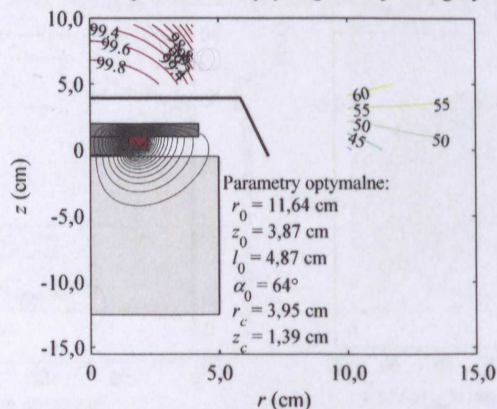
Rys. 2.20. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,01$



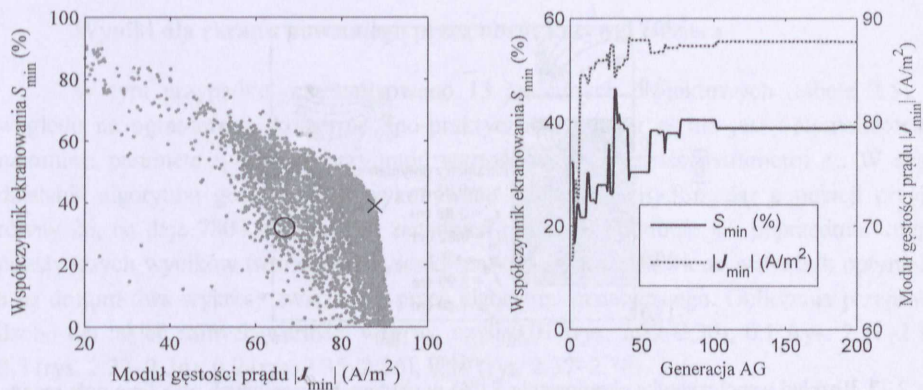
Rys. 2.21. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,1$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,62$ MHz



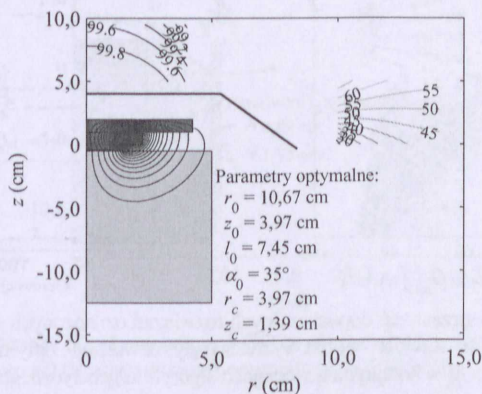
Rys. 2.22. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,1$



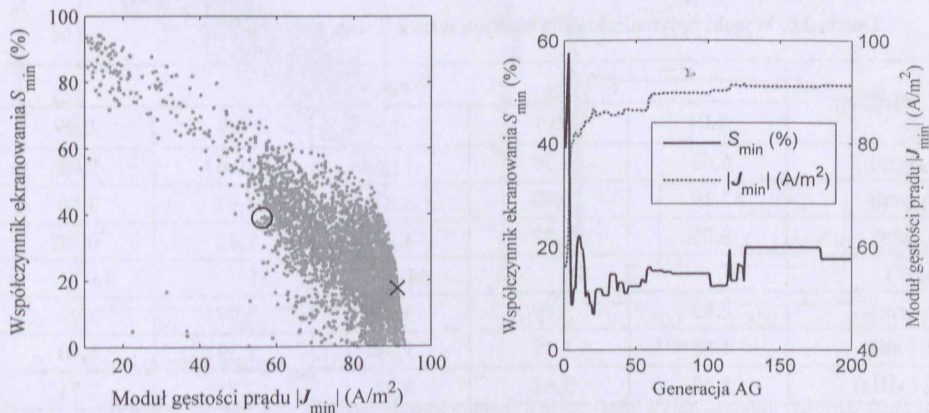
Rys. 2.23. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,5$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,22$ MHz



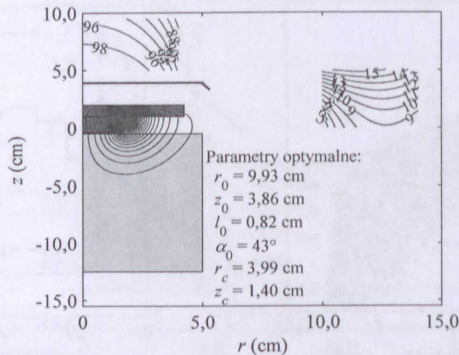
Rys. 2.24. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,5$



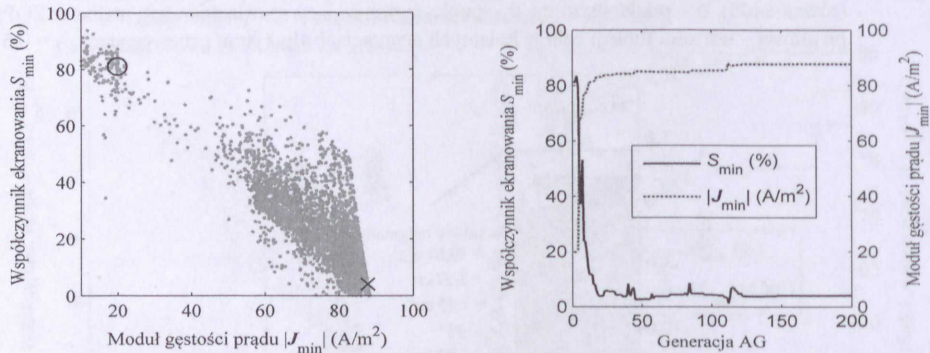
Rys. 2.25. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,9$; częstotliwość optymalna $f_0 = 2,75$ MHz



Rys. 2.26. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,9$



Rys. 2.27. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,99$; częstotliwość optymalna $f_0 = 2,74$ MHz



Rys. 2.28. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), O – punkt startowy, X – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,99$

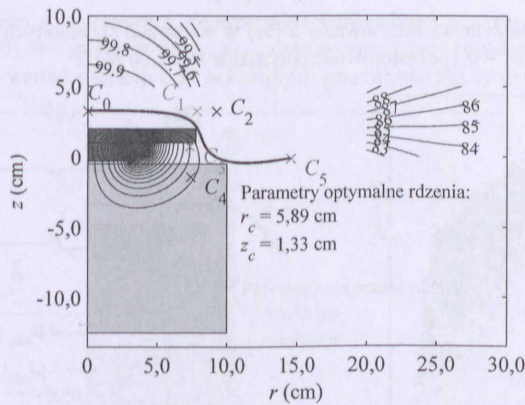
Wyniki obliczeń sumarycznie przedstawiono w tabeli 2.6.

Tabela 2.6. Wyniki optymalizacji dla różnych wartości wag w_i

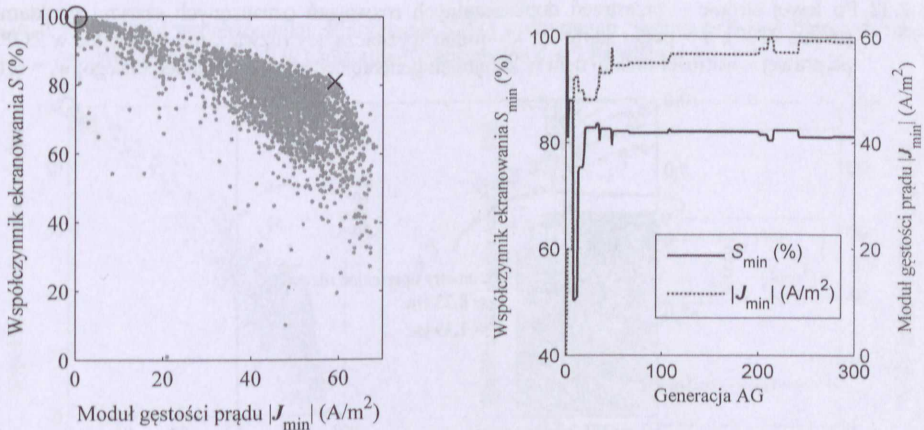
Parametr	Waga w_1				
	0,01	0,1	0,5	0,9	0,99
r_0 (cm)	6,63	8,70	11,64	10,67	9,93
z_0 (cm)	2,19	3,19	3,87	3,97	3,86
l_0 (cm)	8,03	5,37	4,87	7,45	0,82
α_0 (°)	20	44	64	35	43
r_c (cm)	2,65	3,89	3,95	3,97	3,99
z_c (cm)	1,38	1,39	1,39	1,39	1,40
f_0 (MHz)	5,50	3,62	3,22	2,75	2,74
$S_{\min}$ (%)	78,881	53,419	39,049	18,525	4,097
$ J_{\max} $ (A/m ²)	$5,468 \cdot 10^2$	$8,172 \cdot 10^2$	$8,932 \cdot 10^2$	$9,350 \cdot 10^2$	$9,211 \cdot 10^2$
$ J_{\min} $ (A/m ²)	56,623	81,512	87,747	91,185	87,723

Wyniki dla ekranu powstałego przez obrót krzywej Béziera

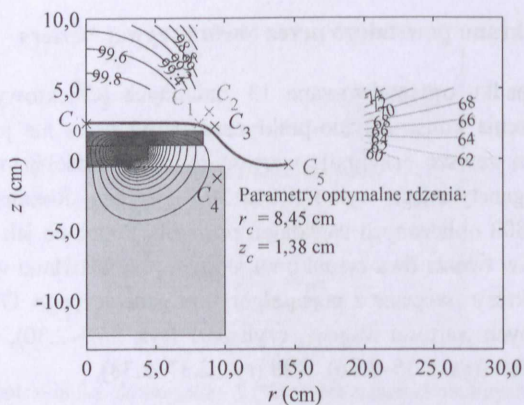
W tym przypadku optymalizowano 13 zmiennych projektowych (tabela 2.5). Ze względu na ograniczenia konstrukcyjno-praktyczne parametr r_0 nie jest optymalizowany, natomiast parametr z_1 zawsze przyjmuje wartość równą wartości parametru z_0 . W czasie działania algorytmu genetycznego wykonywano 300 generacji. Rozmiar populacji przyjęto równy 26, co daje 7800 obliczonych zagadnień prostych. Podobnie jak poprzednio komplet pojedynczych wyników tworzą dwa rysunki: na jednym przedstawiono wzbudnik optymalny, a na drugim dwa wykresy związane z pracą algorytmu genetycznego. Obliczenia przeprowadzono dla takich samych wartości wag w_1 , czyli 0,01 (rys. 2.29–2.30), 0,1 (rys. 2.31–2.32), 0,5 (rys. 2.33–2.34), 0,9 (rys. 2.35–2.36), 0,99 (rys. 2.37–2.38).



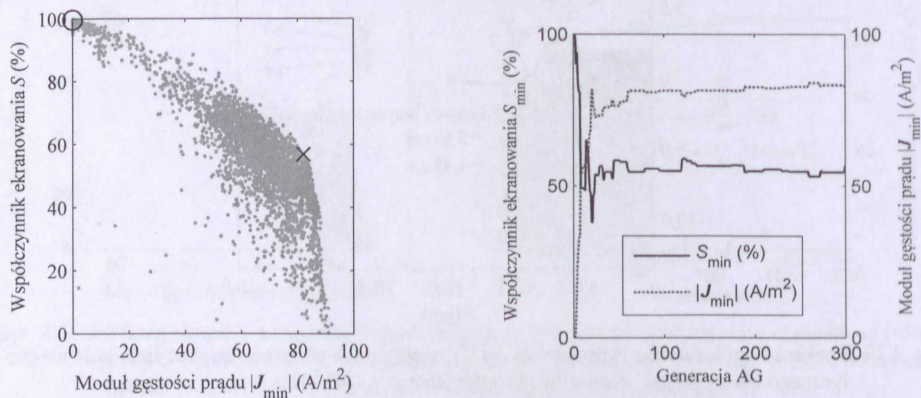
Rys. 2.29. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,01$; częstotliwość optymalna $f_0 = 4,89$ MHz



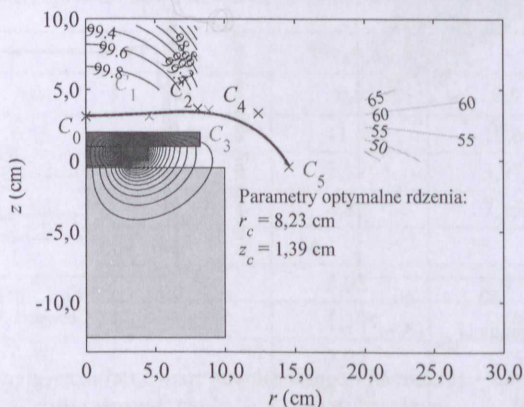
Rys. 2.30. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,01$



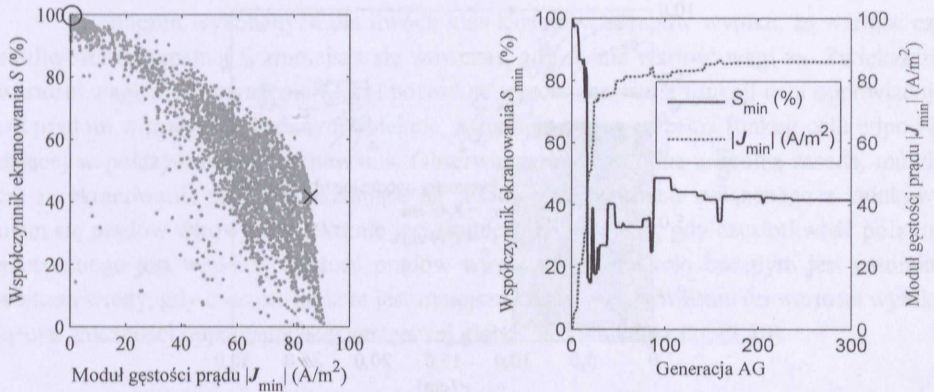
Rys. 2.31. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,1$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,00 \text{ MHz}$



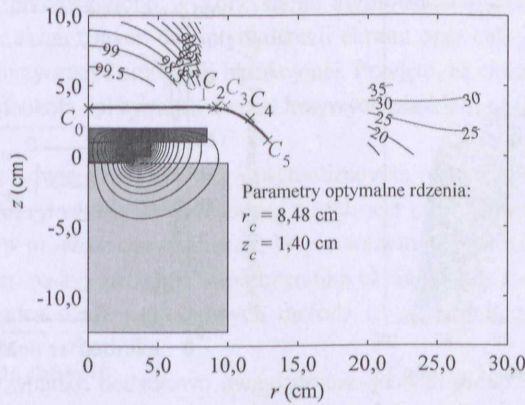
Rys. 2.32. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,1$



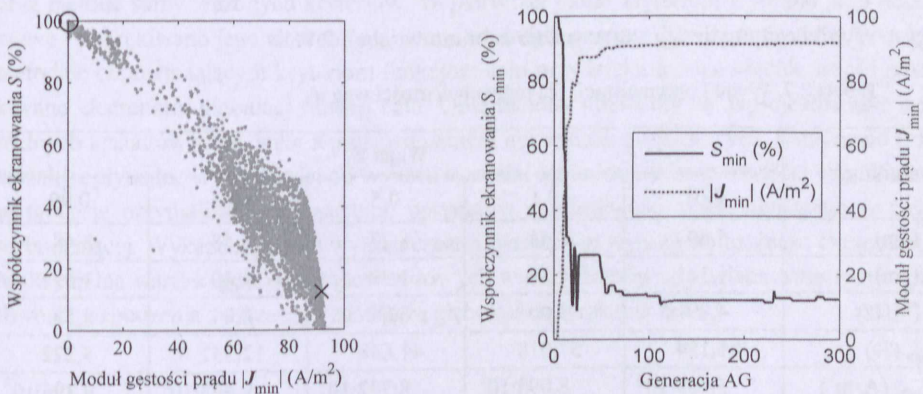
Rys. 2.33. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,5$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,34 \text{ MHz}$



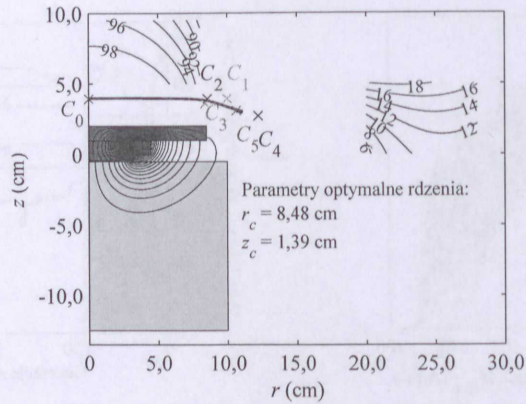
Rys. 2.34. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,5$



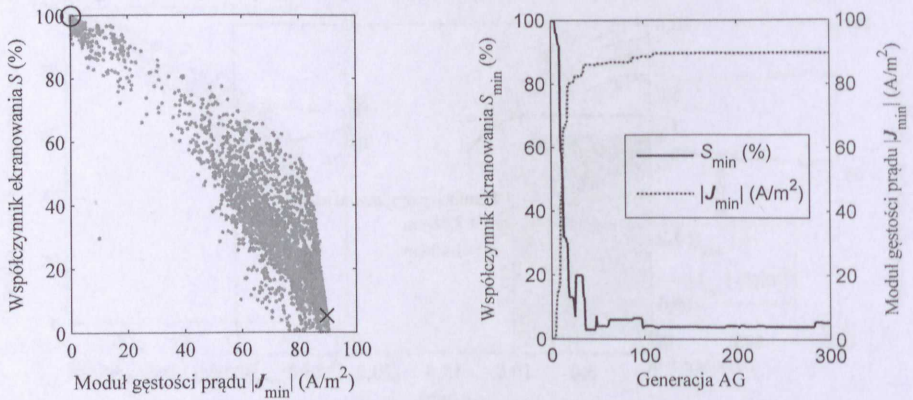
Rys. 2.35. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,9$; częstotliwość optymalna $f_0 = 2,84$ MHz



Rys. 2.36. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,9$



Rys. 2.37. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla $w_1 = 0,99$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,52$ MHz



Rys. 2.38. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,99$

Wyniki optymalizacji sumarycznie zebrano w tabeli 2.7.

Tabela 2.7. Wyniki optymalizacji dla różnych wartości wag w_i

Parametr	Waga w_1				
	0,01	0,1	0,5	0,9	0,99
r_c (cm)	5,89	8,45	8,23	8,48	8,48
z_c (cm)	1,33	1,38	1,39	1,40	1,39
f_0 (MHz)	4,89	3,00	3,34	2,84	3,52
$S_{\min}$ (%)	81,154	57,018	41,648	12,337	5,222
$ J_{\max} $ (A/m ²)	$5,589 \cdot 10^2$	$8,093 \cdot 10^2$	$8,732 \cdot 10^2$	$9,498 \cdot 10^2$	$9,396 \cdot 10^2$
$ J_{\min} $ (A/m ²)	59,078	82,048	86,017	91,773	89,631

Z obliczeń wykonanych dla dwóch klas kształtów ekranów wynika, że wartość częstotliwości optymalnej f_0 zmniejsza się wówczas, gdy rośnie wartość wagi w_1 . Zwiększanie wartości wagi w_1 w wyrażeniu (2.11) powoduje wzrost znaczenia funkcji celu odpowiadającej prądom wirowym w badanym obiekcie, a zmniejszenie znaczenia funkcji celu odpowiadającej współczynnikowi ekranowania. Obserwacja ta jest zgodna z ogólną zasadą, mówiącą, że ekranowanie pasywne działające na zasadzie mechanizmu związanego z indukowaniem się prądów wirowych w ekranie jest skuteczniejsze wtedy, gdy częstotliwość pola magnetycznego jest większa. Gęstość prądów wirowych w obiekcie badanym jest natomiast większa wtedy, gdy częstotliwość ta jest mniejsza i dąży w przybliżeniu do wartości wynikającej z zależności odpowiadającej zastępczej głębokości wnikania fali (2.10).

Zakończenie

W rozdziale przedstawiono wykorzystanie algorytmów genetycznych sprzężonych z metodą elementów skończonych do optymalizacji ekranu oraz całego układu wzbudzenia stosowanego w Magnetycznej Tomografii Indukcyjnej. Przyjęto, że ekran wzbudnika jest generowany przez obrót dookoła osi symetrii dwóch krzywych płaskich: prostej łamanej oraz krzywej Béziera.

Przedstawiono dwie różne metody optymalizacyjne: optymalizację jednokryterialną i optymalizację wielokryterialną. Wybór jednej z nich jest uzależniony od liczby kryteriów branych pod uwagę w procesie optymalizacji. W pierwszym przypadku uwzględniono jedno kryterium – kryterium maksymalizacji współczynnika ekranowania w obszarze chronionym. Przy zadanych ograniczeniach projektowych metoda ta umożliwia zaprojektowanie optymalnego kształtu ekranu wzbudnika.

W drugim przypadku dodatkowo uwzględniono jeszcze jedno kryterium – kryterium maksymalizacji gęstości prądów wirowych w obiekcie badanym. Wykazano, że w optymalizacji wielokryterialnej można zastosować dwie różne techniki: metodę ograniczonych kryteriów oraz metodę sumy ważonych kryteriów. W pierwszej jedno kryterium wybrano jako podstawowe i poszukiwano jego ekstremum, natomiast drugie przyjęto jako ograniczenie. W drugiej metodzie odpowiadającym kryteriom funkcjom celu przydzielono odpowiednie wagi i poszukiwano ekstremum globalnej funkcji celu. Obie metody pozwoliły na zaprojektowanie optymalnych kształtów wzbudnika z uwzględnieniem ograniczeń projektowych. Otrzymano różne kształty optymalne w zależności od wyboru wartości ograniczenia oraz wartości wag. Ponadto w procesie optymalizacji wyznaczono optymalną częstotliwość prądu płynącego w cewce wzbudzającej. Wykazano, że im wyższa częstotliwość, tym wyższa skuteczność ekranowania. Maksymalna wartość gęstości prądów wirowych w przybliżeniu odpowiada natomiast częstotliwości wzbudzenia związanej z zastępczą głębokością wnikania fali.

3. Optymalizacja kształtu ekranów aktywnych – synteza pola magnetycznego

Wstęp

W wielu dyscyplinach związanych z medycyną, bioinżynierią i przemysłem elektroenergetycznym są stosowane układy, których zadaniem jest generowanie pola magnetycznego o określonym rozkładzie i natężeniu [2, 3, 56, 68, 117, 128, 134, 135]. Takie układy są wykorzystywane chociażby w elektrotechnice i fizyce podczas wykonywania różnego rodzaju pomiarów. Pola magnetyczne o ściśle określonym rozkładzie są niezbędne także we współczesnych technikach obrazowania przemysłowego i medycznego [25, 72, 78, 91, 114].

Innym zastosowaniem układu generującego pole magnetyczne jest kompensacja zewnętrznego pola magnetycznego w określonym obszarze chronionym. W tym przypadku pole kompensujące musi mieć taką samą częstotliwość (dla pól zmiennych w czasie), amplitudę i kierunek jak pole zewnętrzne (kompensowane), ale przeciwny zwrot (fazę przesuniętą o 180°). Jeśli pole zewnętrzne pokrywa szersze pasmo częstotliwości, to należy zastosować układ elektromagnetyczny generujący pole o takim samym zakresie pasma lub maksymalnie zbliżonym do niego. Tego typu układy elektromagnetyczne to zazwyczaj różne zestawy cewek i pojedyncze solenoidy, a sama technika ekranowania nazywana jest *ekranowaniem aktywnym* [27, 57, 59].

W teorii elektromagnetyzmu problematyka projektowania takich cewek należy do zagadnień syntezy pola magnetycznego. W matematyce są one opisane jako liniowe i nieliniowe źle postawione zagadnienia odwrotne [2, 3, 152]. Podział na poprawnie i niepoprawnie postawione zagadnienia fizyki matematycznej wprowadził na przełomie XIX i XX wieku francuski matematyk J.S. Hadamard [152]. Mimo że problem jest niezwykle istotny, to w dotychczasowej literaturze więcej miejsca poświęcano popularniejszym i prostszym zagadnieniom analizy pola magnetycznego. Wynikało to z faktu, że problemy syntezy znacznie trudniej rozwiązać, a szczególnie złożonym zagadnieniem jest opracowanie skutecznych metod rozwiązywania nieliniowych, źle postawionych zagadnień odwrotnych.

W rozdziale tym kontynuowane i rozszerzane są między innymi problemy syntezy pojawiające się już w pracach [2, 3]. Przedstawiono w nich rezultaty syntezy pola o zadanym rozkładzie głównie na osi solenoidu lub bardzo blisko osi solenoidu (po przyjęciu pewnych uproszczeń), w których do rozwiązania źle uwarunkowanego problemu odwrotnego proponowano zastosowanie metody regularyzacji Tikhonova [152].

W niniejszym rozdziale do rozwiązania postawionego problemu zastosowano odpowiednie techniki optymalizacyjne. Umożliwiają one zaprojektowanie kształtu solenoidu, generującego wymagany rozkład pola magnetycznego w zdefiniowanym obszarze. Założono optymalizowanie kształtu solenoidu o symetrii osiowej. Wyniki syntezy pola magnetycznego przedstawiono na osi solenoidu oraz w obszarze skończonym wokół osi symetrii solenoidu.

W przypadku syntezy pola magnetycznego na osi solenoidu zaprezentowano i porównano dwie niezależne metody należące do dwóch różnych technik poszukiwania minimum funkcjonu, odpowiadającemu źle uwarunkowanemu, nieliniowemu zagadnieniu odwrotnemu. Pierwsza z nich to metoda ewolucyjna, oparta na algorytmach genetycznych [58, 66]. Zasadę jej działania szczegółowo przedstawiono w drugim rozdziale niniejszej pracy. Drugą zastosowaną metodą jest iteracyjnie regularyzowana metoda Gaussa-Newtona, czyli deterministyczna technika poszukiwania minimum analitycznie zdefiniowanego funkcjonu z wykorzystaniem jego gradientu [40]. Metodę tę szczegółowo przedstawiono w dalszej części pracy.

Rozważano trzy klasy kształtów solenoidów. W wyniku zastosowania zaproponowanych metod optymalizacyjnych przedstawiono optymalne kształty solenoidów dla różnych wartości natężenia pola magnetycznego i różnych, zadanych ograniczeń projektowych. Ponadto zaprezentowano dobrze znane układy do generowania równomiernego pola magnetycznego, takie jak cewki Helmholtza i cewki Maxwella [94].

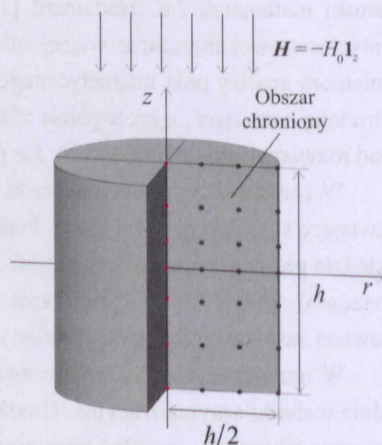
3.1. Zdefiniowanie obszaru chronionego

Założmy, że chcemy zaekranować pewien obszar w statycznym, jednorodnym polu magnetycznym. Obszar chroniony ma kształt cylindra, z osią symetrii z w cylindrycznym układzie współrzędnych (r, φ, z) . Kierunek wektora zewnętrznego pola magnetycznego jest zgodny z kierunkiem osi z i określony wyrażeniem $\mathbf{H} = -H_0 \mathbf{1}_z$. Zadaniem optymalizacyjnym jest zaprojektowanie kształtu solenoidu (ekranu aktywnego), który będzie generował w obszarze chronionym jednorodne pole magnetyczne o takiej samej wartości i kierunku, ale przeciwnym zwrocie do pola zewnętrznego:

$$\mathbf{H} = H_0 \mathbf{1}_z \quad (3.1)$$

Na rysunku 3.1 schematycznie przedstawiono omawiany obszar chroniony w jednorodnym, statycznym polu magnetycznym. Zaznaczone na nim punkty to tak zwane punkty pomiarowe pola, w których obliczano wartości natężenia pola magnetycznego. Dla przypadku syntezy pola magnetycznego na osi wzięto pod uwagę punkty leżące na osi symetrii z (punkty czerwone), natomiast w przypadku syntezy w całym obszarze pole magnetyczne obliczano we wszystkich dyskretnych punktach pokrywających obszar chroniony (punkty czerwone i czarne).

W procesie optymalizacji dla wszystkich rozważanych klas solenoidów przyjęto, że przekrój poprzeczny obszaru chronionego jest kwadratem o boku równym h .



Rys. 3.1. Obszar chroniony w jednorodnym, statycznym polu magnetycznym

3.2. Pole magnetyczne w otoczeniu pojedynczego zwoju kołowego z prądem

W celu rozwiązania problemu optymalizacyjnego przyjęto, że wszystkie analizowane klasy solenoidów są zbudowane z gęsto nawiniętych zwojów kołowych. Na rysunku 3.2 przedstawiono pojedynczy, nieskończenie cienki zwoj kołowy z prądem I oraz punktem pomiaru pola magnetycznego P .

W cylindrycznym układzie współrzędnych (r, φ, z) wektor natężenia pola magnetycznego $\mathbf{H}$ na osi nieskończenie cienkiego zwoju kołowego z prądem ma tylko składową osiową. Jej wartość w punkcie $P(r=0, z)$, leżącym na osi zwoju, wyraża następująca prosta zależność [142, 153]:

$$H_z = \frac{IR^2}{2\sqrt{\left[R^2 + (z - z')^2\right]^3}} \quad (3.2)$$

gdzie:

I – natężenie prądu,

R – promień zwoju kołowego,

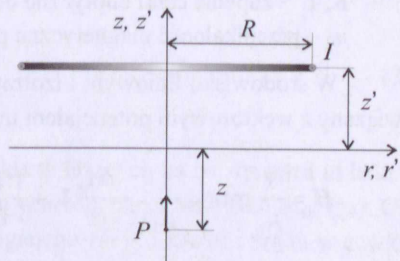
z' – położenie zwoju względem początku układu współrzędnych,

z – położenie punktu „pomiarowego” P .

Jeżeli na osi jest więcej niż jeden punkt pomiarowy, to rozkład składowej osiowej natężenia pola magnetycznego jest funkcją współrzędnej z $H_z(z)$. Gdy zwojów kołowych jest więcej (np. cewka), to całkowita wartość natężenia pola magnetycznego w pojedynczym punkcie P jest superpozycją natężeń pól magnetycznych pochodzących od wszystkich zwojów kołowych, a zależność (3.2) przechodzi w sumę od wszystkich źródeł pola. Jeżeli punkty pomiarowe P leżą poza osią symetrii zwoju kołowego lub cewki, wówczas nie można stosować zależności (3.2). Dodatkowo należy uwzględnić składową radialną H_r wektora natężenia pola magnetycznego.

Dla układu z rysunku 3.2 (przyjmując cylindryczny układ współrzędnych) wektorowy potencjał magnetyczny $\mathbf{A}$ w dowolnym punkcie $P(r, z)$ ma tylko jedną składową i jest określony następującym wyrażeniem ($\mathbf{A} = A_\varphi \mathbf{1}_\varphi$) [133]:

$$A_\varphi(r, z) = \frac{\mu_0 I}{\pi k_c} \left(\frac{r'}{r} \right)^{1/2} \left[\left(1 - \frac{k_c^2}{2} \right) K(k_c) - E(k_c) \right] \quad (3.3)$$



Rys. 3.2. Pojedynczy zwoj kołowy z prądem I ; P – punkt, w którym obliczano natężenie pola magnetycznego

gdzie:

$$k_c^2 = \frac{4r'r}{(r+r')^2 + (z-z')^2},$$

K , E – zupełne całki eliptyczne odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju [1],
 μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni.

W środowisku liniowym i izotropowym wektor natężenia pola magnetycznego $\mathbf{H}$ jest związany z wektorowym potencjałem magnetycznym $\mathbf{A}$ i wyrażony znaną zależnością:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} \mathbf{A} = \frac{1}{\mu_0} \left(-\frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \mathbf{1}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \mathbf{1}_z \right) \quad (3.4)$$

Ostatecznie składowe natężenia pola magnetycznego w skończonym obszarze chronionym mają następującą postać [133]:

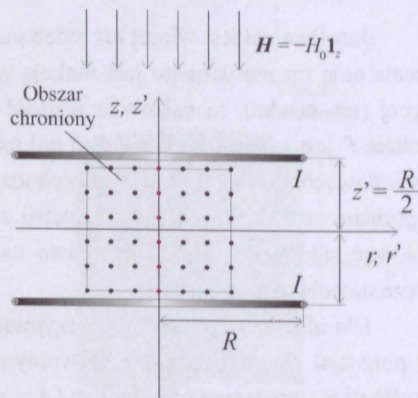
$$\begin{aligned} H_z(r, z) &= \frac{I}{2\pi \left[(r+r')^2 + (z-z')^2 \right]^{1/2}} \left[K(k_c) - \frac{r'^2 - r^2 + (z-z')^2}{(r-r')^2 + (z-z')^2} E(k_c) \right] \\ H_r(r, z) &= \frac{I}{2\pi r} \frac{(z-z')}{\left[(r+r')^2 + (z-z')^2 \right]^{1/2}} \left[-K(k_c) + \frac{r'^2 + r^2 + (z-z')^2}{(r-r')^2 + (z-z')^2} E(k_c) \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Zależności (3.2), (3.3) i (3.5) posłużą w dalszej części pracy do obliczania zagadnienia prostego we wszystkich przedstawionych problemach optymalizacyjnych.

3.3. Cewki Helmholtza

Cewki Helmholtza to układ dwóch identycznych cewek, który służy do wytwarzania jednorodnego pola magnetycznego [142, 153]. Charakterystyczną cechą układu jest względne położenie cewek zależne od ich promienia. Układ ten schematycznie przedstawiono na rysunku 3.3. Za pomocą zależności (3.2) w prosty sposób przeanalizowano skuteczność takiego układu jako generatora jednorodnego pola magnetycznego na osi symetrii z (czerwone punkty na rys. 3.3).

Oczywisty wydaje się fakt, że dla ustalonych parametrów I oraz H_0 powinna istnieć optymalna wartość R , dla której układ cewek Helmholtza generuje w obszarze chro-

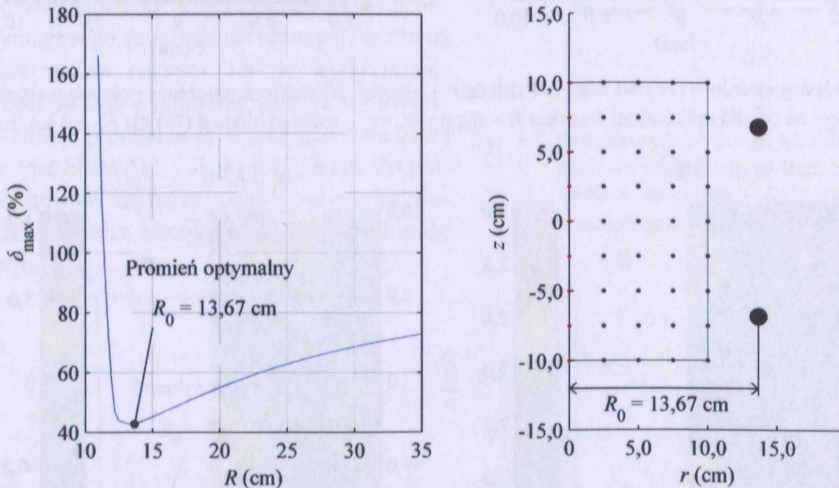


Rys. 3.3. Schemat układu cewek Helmholtza z przykładowo zaznaczonymi punktami pomiarowymi natężenia pola magnetycznego w obszarze chronionym

nionym pole najbardziej zbliżone do wymaganego, określonego wyrażeniem (3.1). Ponieważ w tym przypadku optymalizowany jest tylko jeden parametr (promień R), to do poszukiwania minimum względnego błędu δ (%) zdecydowano się użyć metodę przeglądową. Względny błąd procentowy δ zdefiniowano następująco:

$$\delta(\%) = \frac{|H_z \text{ obliczone} - H_0|}{H_0} \cdot 100 \quad (3.6)$$

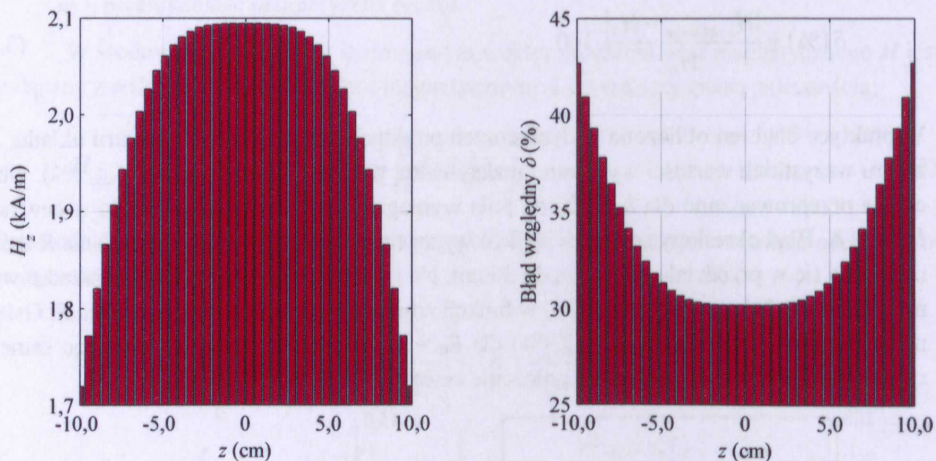
W praktyce błąd ten obliczono w dyskretnych punktach leżących na osi symetrii układu. Ze zbioru wszystkich wartości wybierano maksymalną wartość, oznaczoną jako $\delta_{\max}$ (%). Obliczenia przeprowadzono dla $h = 10$ cm, pola wymaganego $H_0 = 3$ kA/m i prądu w cewkach $I = 400$ A. Błąd określony zależnością (3.6) wyznaczono dla 100 wartości promienia R zmieniającego się w przedziale od 11 cm do 35 cm. Na rysunku 3.4 po lewej stronie przedstawiono wykres względnego błędu $\delta_{\max}$ (%) w funkcji zmieniającej się wartości promienia R . Osiągnięto minimalną wartość błędu $\delta_{\max}$ (%) dla $R_0 = 13,67$ cm. Po prawej stronie tego samego rysunku przedstawiono optymalne położenie cewek Helmholtza dla $R = R_0$.



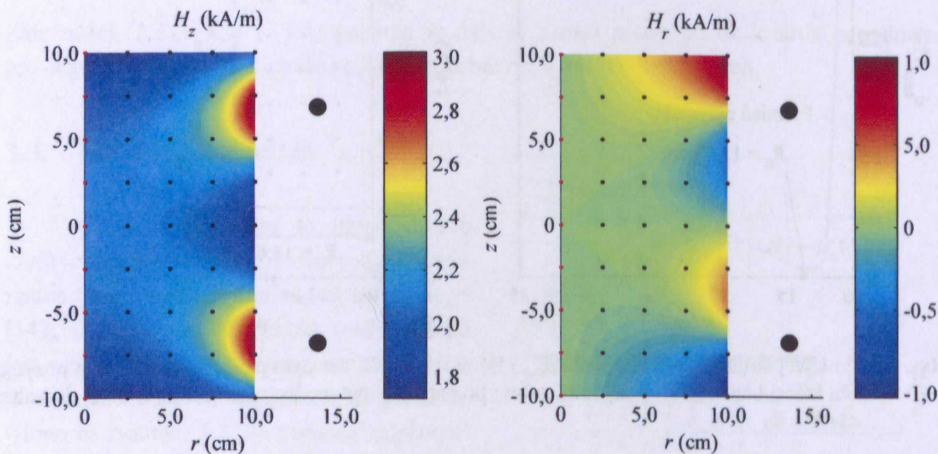
Rys. 3.4. Po lewej stronie – wykres błędu $\delta_{\max}$ (%) w funkcji R , czarnym punktem zaznaczono pozycję, dla której błąd $\delta_{\max}$ (%) jest minimalny; po prawej – optymalne ustawienie cewek Helmholtza dla $R = R_0$

Na rysunku 3.5 po lewej stronie przedstawiono rozkład składowej osiowej H_z pola magnetycznego na osi układu cewek Helmholtza i obszaru chronionego, a po prawej rozkład względnego błędu δ (%) dla $H_0 = 3$ kA/m. Na rysunkach widać, że mimo osiągnięcia przez R_0 minimum błędu $\delta_{\max}$ (%), to nadal jest on wysoki ($>40\%$). Ponadto równomierność na osi tak wygenerowanego pola nie jest zadowalająca. Maksymalna wartość składowej osiowej pola magnetycznego jest mniejsza niż 2,1 kA/m, a wymagana wartość H_0 wynosi 3 kA/m. Mimo że w tym przypadku dokonano syntezy pola magnetycznego jedynie na osi układu cewek Helmholtza, zbadano także, jak wygląda równomierność pola w całym obszarze

chronionym wokół osi symetrii z (zdefiniowanym w rozdz. 3.1). Za pomocą wzorów (3.5) obliczono rozkład składowej osiowej oraz radialnej wektora natężenia pola magnetycznego dla optymalnej wartości promienia $R_0 = 13,67$ cm. Na rysunku 3.6 po lewej i po prawej stronie przedstawiono rozkład odpowiednio składowej H_z oraz H_r w obszarze chronionym.



Rys. 3.5. Po lewej stronie – rozkład wartości składowej osiowej H_z wektora natężenia pola magnetycznego na osi dla optymalnej wartości $R = R_0$; po prawej – rozkład błęd δ (%) dla $H_0 = 3$ kA/m



Rys. 3.6. Po lewej stronie – rozkład wartości składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład wartości składowej radialnej H_r w obszarze chronionym

Na rysunku 3.6 po prawej stronie widać, że wartość niepożądaną składową radialną pola magnetycznego w obszarze chronionym w niektórych miejscach osiąga nawet 30% wartości składowej osiowej.

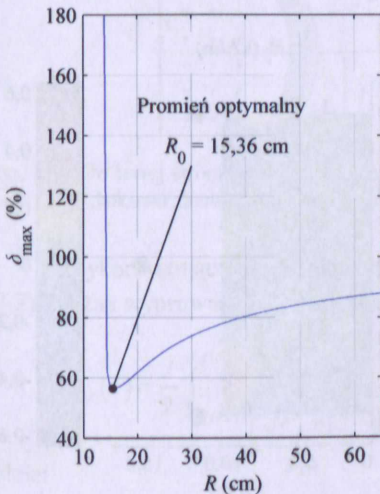
Jak łatwo wykazać, zwiększenie dozwolonej wartości płynącego prądu I w cewkach oraz zwiększenie zakresu możliwych wartości promienia R spowoduje niewątpliwie znaczne

zmniejszenie wartości błędu δ w założonym obszarze. Może się jednak okazać, że układu nie będzie można zrealizować w praktyce.

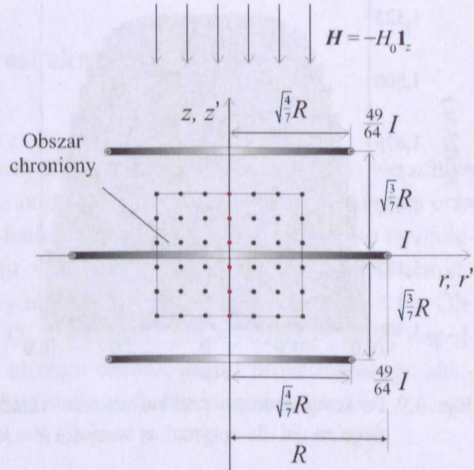
3.4. Cewki Maxwella

Cewki Maxwella to bardziej skomplikowany układ niż cewki Helmholtza. Układ składa się z trzech zwojów kołowych – schemat układu cewek Maxwella przedstawiono na rysunku 3.7 [94].

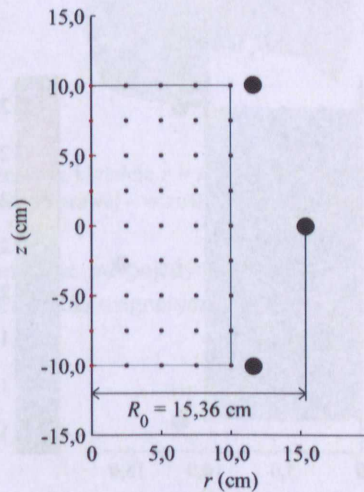
Podobnie jak dla cewek Helmholtza do wyznaczenia optymalnego położenia cewek (czyli optymalnej wartości promienia R) wykorzystano metodę przeglądową. Zakres zmienności R przyjęto od 11 cm do 65 cm. Założono, że w cewce centralnej płynie prąd I o wartości 250 A oraz określono wartość wymaganego pola magnetycznego H_0 równą 3 kA/m. Na rysunku 3.8 po lewej stronie przedstawiono wykres względnego błędu δ (%) w funkcji promienia R . Osiągnięto minimalną wartość błędu δ (%) dla $R_0 = 15,36$ cm. Po prawej stronie zaprezentowano optymalne położenie cewek Maxwella względem obszaru chronionego.



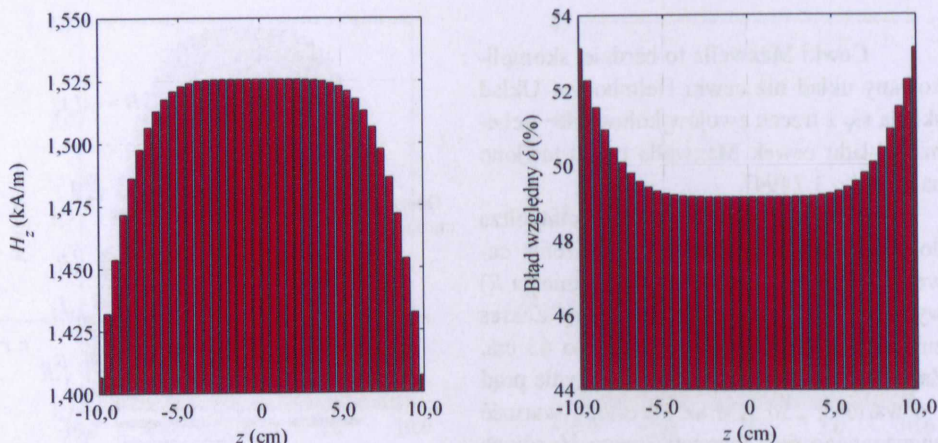
Rys. 3.8. Po lewej stronie – wykres błędów $\delta_{\max}$ (%) w funkcji R , czarnym punktem zaznaczono pozycję, dla której błąd $\delta_{\max}$ (%) jest minimalny; po prawej – optymalne ustawienie cewek Maxwella dla $R = R_0$



Rys. 3.7. Schemat układu cewek Maxwella z przykładowo zaznaczonymi punktami pomiarowymi natężenia pola magnetycznego w obszarze chronionym

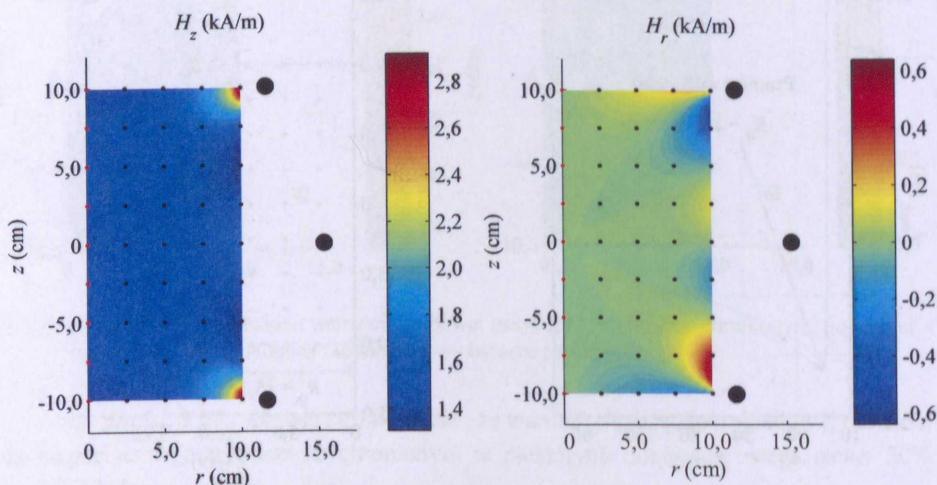


Na rysunku 3.9 po lewej stronie przedstawiono rozkład składowej osiowej H_z pola magnetycznego na osi układu cewek Maxwella i obszaru chronionego, po prawej – rozkład względnego błędu δ (%) dla wymaganego $H_0 = 3$ kA/m.



Rys. 3.9. Po lewej stronie – rozkład wartości składowej osiowej H_z wektora natężenia pola magnetycznego na osi dla optymalnej wartości $R = R_0$; po prawej – rozkład błędu δ (%) dla $H_0 = 3$ kA/m

Podobnie jak dla cewek Helmholtza za pomocą zależności (3.5) przedstawiono rozkład składowej osiowej (rys. 3.10 po lewej stronie) i radialnej (rys. 3.10 po prawej stronie) wektora natężenia pola magnetycznego dla optymalnej wartości promienia $R_0 = 15,36$ cm w całym obszarze chronionym.



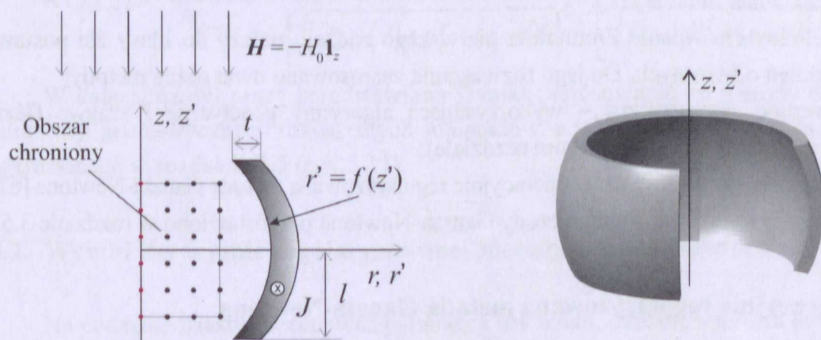
Rys. 3.10. Po lewej stronie – rozkład wartości składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład wartości składowej radialnej H_r w obszarze chronionym

Z obliczeń wynika, że błąd na osi jest mniejszy dla cewek Maxwella niż dla układu cewek Helmholtza, lecz jego duża wartość nadal dyskwalifikuje taki układ w praktyce.

W dalszej części pracy przedstawiono zaawansowane metody projektowania solenoidów wytwarzających założony rozkład pola magnetycznego na ich osi oraz w pełnym obszarze wokół osi. Ze względu na konstrukcję geometryczną rozważano trzy klasy solenoidów. Dla każdej z nich przedstawiono optymalne kształty uwzględniające zadane ograniczenia projektowe.

3.5. Synteza pola magnetycznego na osi ekranu aktywnego – układ pierwszy

Założmy, że tym razem chcemy zaprojektować solenoid, którego powierzchnie wewnętrzna i zewnętrzna są tworzone z obrotu odpowiednio krzywej płaskiej $r = f(z)$ oraz $r = f(z) + t$ wokół osi symetrii z . Rozważany solenoid o długości $2l$ zawiera N gęsto nawiniętych zwojów kołowych z prądem I . W związku z tym przyjęto, że w uzwojeniu solenoidu istnieje efektywna gęstość prądu J . Rozważany układ przedstawiono na rysunku 3.11. Obszar chroniony zdefiniowano w rozdziale 3.1. Oś symetrii z cylindrycznego układu współrzędnych (r, φ, z) pokrywa się z osią symetrii obszaru chronionego i projektowanego solenoidu, natomiast oś r leży w płaszczyźnie symetrii obszaru chronionego i solenoidu.



Rys. 3.11. Po lewej stronie – schemat solenoidu o nieznanym kształcie $r = f(z')$ i grubości t wraz z dodatkowo zaznaczonym obszarem chronionym; po prawej – wizualizacja trójwymiarowa

Wykorzystując zależność na pole magnetyczne od pojedynczego zwoju kołowego (3.2), można wyprowadzić ogólny wzór na natężenie pola magnetycznego na osi solenoidu:

$$H_z(z) = \frac{J}{2} \int_{-l}^l \int_{f(z')}^{f(z')+t} \frac{r'^2 dr' dz'}{\left[\sqrt{r'^2 + (z - z')^2} \right]^3} \quad (3.7)$$

gdzie:

J – gęstość prądu,

r', z' – współrzędne zwojów kołowych z prądem, leżących wewnątrz solenoidu,

z – współrzędna punktu „pomiarowego” pola H_z na osi.

Całkę wewnętrzną po zmiennej z' można obliczyć i w rezultacie otrzymuje się:

$$H_z(z) = \frac{J}{2} \int_{-l}^l \left\{ \ln \frac{f(z') + t + \sqrt{[f(z') + t]^2 + (z - z')^2}}{f(z') + \sqrt{f(z')^2 + (z - z')^2}} + \right. \\ \left. + \frac{f(z')}{\sqrt{f(z')^2 + (z - z')^2}} - \frac{f(z') + t}{\sqrt{[f(z') + t]^2 + (z - z')^2}} \right\} dz' \quad (3.8)$$

Ostatecznie dla wymaganego pola H_0 otrzymano nieliniowe równanie całkowe Fredholma pierwszego rodzaju z nieznaną funkcją $f(z')$:

$$\frac{2H_0}{J} = \int_{-l}^l K[z, z', f(z')] dz' \quad (3.9)$$

gdzie K – jądro równania całkowego (3.8).

W wyniku rozwiązania równania (3.9) uzyskano projektowany kształt solenoidu określony przez poszukiwaną funkcję $f(z')$.

Nieliniowe równanie Fredholma pierwszego rodzaju należy do klasy źle postawionych zagadnień odwrotnych. Do jego rozwiązania zastosowano dwie różne metody:

– metodę stochastyczną – wykorzystującą algorytmy genetyczne i krzywe Béziera (opisaną i zastosowaną w poprzednim rozdziale),

– metodę deterministyczną – iteracyjnie regularyzowaną metodę Gaussa-Newtona [67]. Opis iteracyjnie regularyzowanej metody Gaussa-Newtona przedstawiono w rozdziale 3.5.1.

3.5.1. Iteracyjnie regularyzowana metoda Gaussa-Newtona

Po przekształceniu równania (3.9) do postaci macierzowej otrzymano:

$$K(f_{G-N}) = p \quad (3.10)$$

gdzie:

$$p = 2H_0/J,$$

f_{G-N} – nieznaną, poszukiwany wektor odpowiadający nieznanej funkcji $f(z')$ w zależności (3.9).

Rozwiązanie równania (3.10) jest jednoznaczne z minimalizacją następującego funkcjonału:

$$\|K(f_{G-N}) - p\| = \min. \quad (3.11)$$

Do rozwiązania nieliniowego zagadnienia (3.11) zastosowano iteracyjnie regularyzowaną metodę Gaussa-Newtona [67]:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{G-N}^{k+1} = \mathbf{f}_{G-N}^k + & \left\{ \left[\mathbf{K}'(\mathbf{f}_{G-N}^k) \right]^2 + \alpha^k \mathbf{L} \right\}^{-1} \cdot \left\{ \mathbf{K}'(\mathbf{f}_{G-N}^k) \cdot [\mathbf{p} - \mathbf{K}(\mathbf{f}_{G-N}^k)] \right\} + \\ & - \alpha^k (\mathbf{f}_{G-N}^k - \mathbf{f}_{G-N}^0) \end{aligned} \quad (3.12)$$

gdzie:

k – numer kolejnej iteracji,

$\mathbf{f}_{G-N}^k$ – wartości nieznanego wektora $\mathbf{f}_{G-N}$ w kolejnej iteracji,

α^k – współczynnik regularyzacji w kolejnej iteracji, będący ciągiem kolejnych liczb dodatnich spełniających warunek $0 < \alpha^{k+1} \leq \alpha^k$ oraz $\lim_{k \rightarrow \infty} \alpha^k = 0$,

$\mathbf{L}$ – macierz jednostkowa,

$\mathbf{f}_{G-N}^0$ – wartości początkowe nieznanego wektora $\mathbf{f}_{G-N}$,

$\mathbf{K}'(\mathbf{f}_{G-N})$ – macierz pochodnych, która może być wyznaczona analitycznie z równania (3.8):

$$\mathbf{K}'(\mathbf{f}_{G-N}) = \frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{f}_{G-N})}{\partial \mathbf{f}_{G-N}} = \frac{[f_{G-N}(z') + t]^2}{\left\{ \sqrt{[f_{G-N}(z') + t]^2 + (z - z')^2} \right\}^3} - \frac{f_{G-N}(z')^2}{\left[\sqrt{f_{G-N}(z')^2 + (z - z')^2} \right]^3} \quad (3.13)$$

W dalszej części pracy przedstawiono wyniki zastosowania tej metody do różnych konfiguracji geometrycznych rozważanych solenoidów, a także wyniki otrzymane dla układu określonego w rozdziale 3.5 (rys. 3.11).

3.5.2. Wyniki iteracyjnie regularyzowanej metody Gaussa-Newtona

Na początku należy zdefiniować parametry solenoidu, określić wartości wymaganego pola H_0 na jego osi oraz wyznaczyć wyrazy ciągu α^k . W literaturze podano wiele sposobów określania wyrazów ciągu współczynnika regularyzacji α^k [60, 64, 157, 168]. W niniejszej pracy współczynnik regularyzacji α w k -tej iteracji wyrażenia (3.12) przyjmuje kolejne wyrazy ciągu harmonicznego:

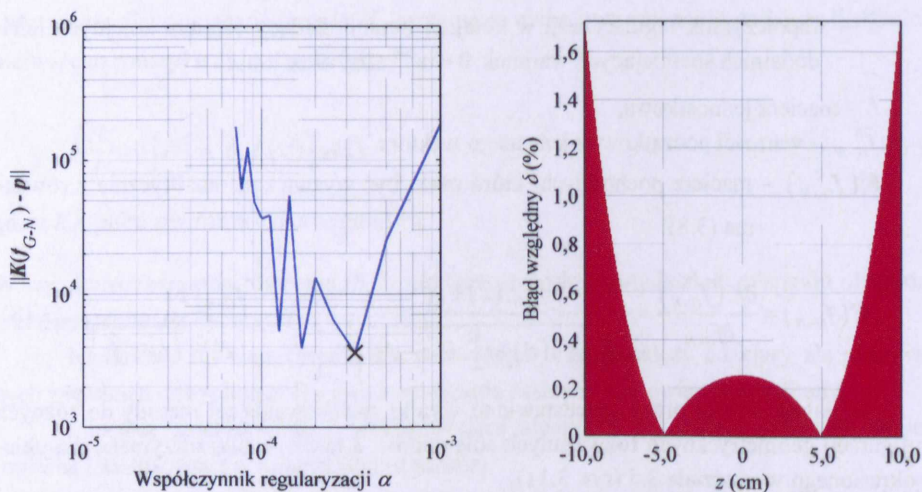
$$\alpha^k = 1/(1000 \cdot k) \quad (3.14)$$

W obliczeniach uwzględniono maksymalną liczbę iteracji równą 200 ($k = 1, \dots, M$, $M = 200$). Dla każdego współczynnika regularyzacji α^k obliczono wartość normy $\|\mathbf{K}(\mathbf{f}_{G-N}) - \mathbf{p}\|$. Optymalny współczynnik regularyzacji α_{opt} odpowiada minimalnej wartości normy wektora $\|\mathbf{K}(\mathbf{f}_{G-N}) - \mathbf{p}\|$.

Obliczenia wykonano dla solenoidu o wymiarze $l = 15$ cm oraz wymaganej wartości natężenia pola $H_0 = 35$ kA/m. Przyjęto, że solenoid jest zbudowany z nawijanych w odstępie

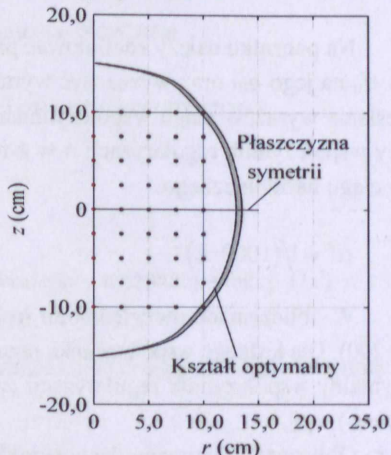
1 mm zwojów kołowych z prądem I o natężeniu 10 A. Założono grubość solenoidu t równą kolejno 5 mm, 10 mm i 15 mm. Jako wartości początkowe nieznanego wektora f_{G-N}^0 w wyrażeniu (3.12) przyjęto wartość równą 5 cm.

Zestaw wyników dla każdej przyjętej grubości t solenoidu przedstawiono dwoma rysunkami. Na przykład, na rysunku 3.12 po lewej stronie przedstawiono dla $t = 5$ mm logarymiczny wykres normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$ w funkcji współczynnika regularyzacji α . Punkt zaznaczony jako x odpowiada minimalnej wartości normy wektora $\|K(f_{G-N}) - p\|$ dla współczynnika α_{opt} równego $3,33 \cdot 10^{-4}$. Na tym samym rysunku po prawej stronie przedstawiono rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu dla α_{opt} , obliczony według zależności (3.6).

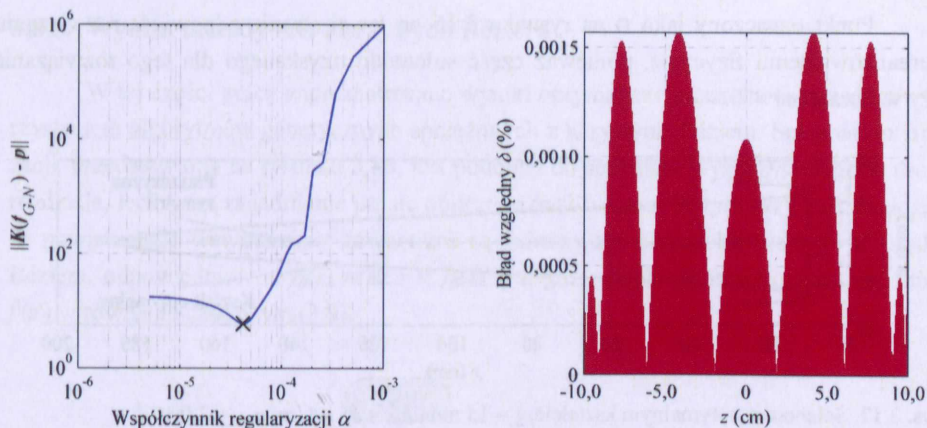


Rys. 3.12. Po lewej stronie – logarymiczny wykres normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 3,33 \cdot 10^{-4}$; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m

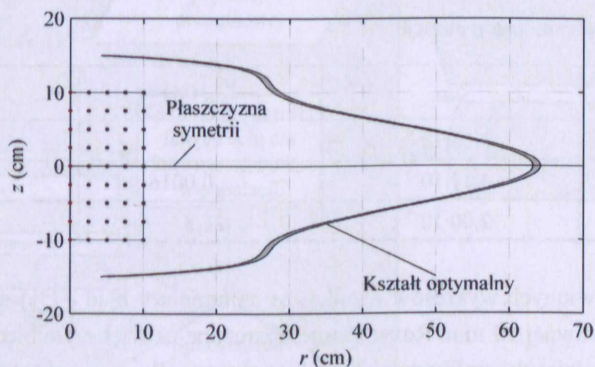
Optymalny kształt solenoidu dla obliczonej wartości współczynnika regularyzacji α_{opt} zaprezentowano na rysunku 3.13. Oprócz punktów pomiarowych na osi (kolor czerwony) zaznaczono również obszar chroniony (punkty czarne). Na rysunkach 3.14–3.17 przedstawiono wyniki zastosowania metody dla grubości t solenoidu równej odpowiednio 10 mm i 15 mm.



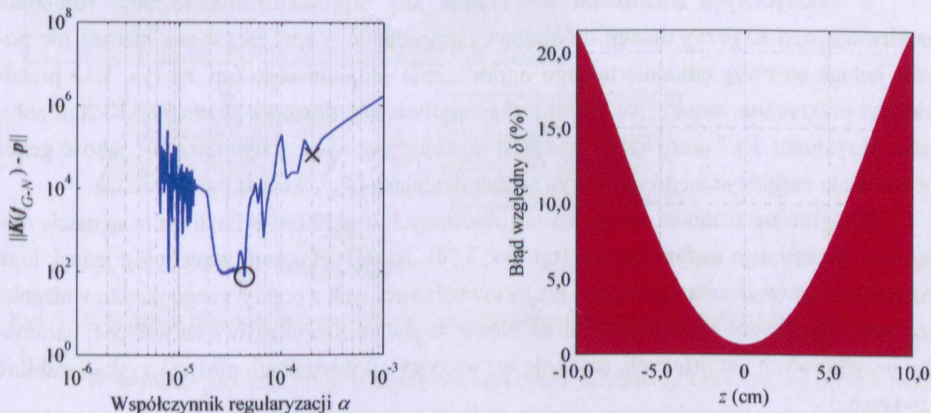
Rys. 3.13. Solenoid o optymalnym kształcie, $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 3,33 \cdot 10^{-4}$



Rys. 3.14. Po lewej stronie – logarymiczny wykres normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 4,17 \cdot 10^{-5}$; po prawej – rozkład błędów δ (%) na osi solenoidu; $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m

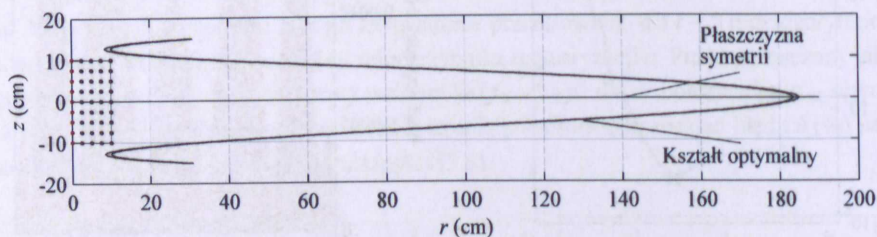


Rys. 3.15. Solenoid o optymalnym kształcie, $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 4,17 \cdot 10^{-5}$



Rys. 3.16. Po lewej – logarymiczny wykres normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 2,0 \cdot 10^{-4}$; po prawej – rozkład błędów δ (%) na osi solenoidu; $t = 15$ mm, $H_0 = 35$ kA/m

Punkt oznaczony jako O na rysunku 3.16 po lewej stronie odpowiada rozwiązaniu nierealizowalnemu fizycznie, ponieważ część solenoidu uzyskanego dla tego rozwiązania leży w obszarze $r < 0$.



Rys. 3.17. Solenoid o optymalnym kształcie, $t = 15$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 2,0 \cdot 10^{-4}$

Wyniki optymalizacji wraz z wartościami średniego błędu względnego δ_{mean} i maksymalnego błędu względnego δ_{max} przedstawiono sumarycznie w tabeli 3.1.

Tabela 3.1. Wyniki optymalizacji

t (mm)	α_{opt}	δ_{max} (%)	δ_{mean} (%)
5	$3,33 \cdot 10^{-4}$	1,7	0,41
10	$4,17 \cdot 10^{-5}$	0,0016	$8,60 \cdot 10^{-4}$
15	$2,00 \cdot 10^{-4}$	21,5	8,70

Z przedstawionych wykresów wynika, że najmniejszy błąd δ (%) uzyskano dla grubości t solenoidu równej 10 mm. Rozwiązanie obarczone największym błędem δ (%) i zarazem mające najbardziej skomplikowany kształt otrzymano dla grubości $t = 15$ mm.

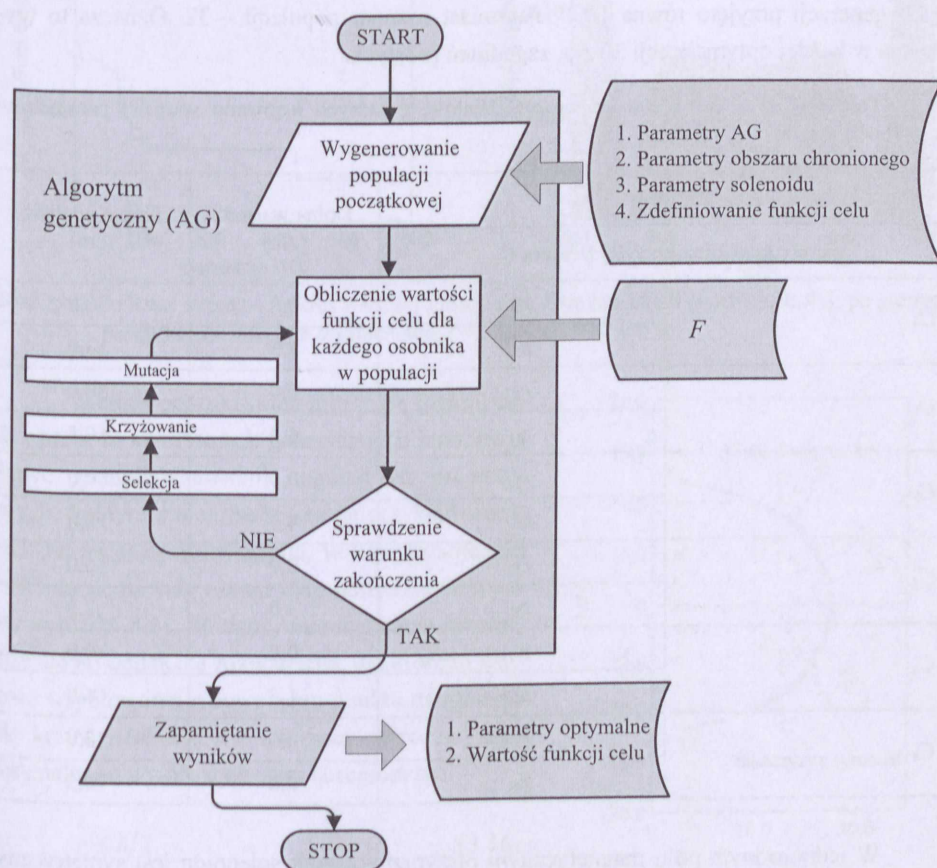
W praktycznych zastosowaniach istotne jest zaprojektowanie kształtu solenoidu umożliwiającego fizyczny dostęp do obszaru chronionego. Zaprezentowana metoda nie pozwala jednak na uwzględnienie takiego ograniczenia projektowego (np. na rys. 3.13 przedstawiono praktycznie zamknięty kształt, uniemożliwiający dostęp z zewnątrz). Kształt solenoidu na rysunku 3.17 umożliwia natomiast dostęp do obszaru z zewnątrz, ale jakość generowania pola magnetycznego może być niezadowalająca ($\delta_{\text{mean}} \approx 9\%$).

Zastosowana technika, po spełnieniu określonych warunków, umożliwia osiągnięcie rozwiązania obciążonego małym błędem (np. rys. 3.14). Jej dużym ograniczeniem jest jednak brak możliwości wprowadzenia ograniczeń projektowych, istotnych z praktycznego punktu widzenia. Iteracyjnie regularyzowana metoda Gaussa-Newtona jest bardzo wrażliwa na wartości parametrów projektowych i startowych, czyli nie we wszystkich warunkach można uzyskać stabilne rozwiązanie.

W następnej części pracy zaprezentowano wyniki optymalizacji alternatywną metodą, opartą na algorytmach genetycznych (AG) sprzężonych z krzywymi Béziera.

3.5.3. Wyniki metody AG i krzywych Béziera

W tej części pracy zaprezentowano wyniki optymalizacji kształtu solenoidu z wykorzystaniem algorytmów genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera. Schemat optymalizacji, przedstawiony na rysunku 3.18, jest podobny do schematu wykorzystanego w drugim rozdziale, lecz teraz zagadnienie proste obliczono analitycznie. W tym przypadku założono, że powierzchnie wewnętrzna i zewnętrzna są generowane przez obrót krzywych płaskich Béziera, odpowiednio $r = f_B(z)$ oraz $r = f_B(z) + t$, gdzie $f_B(z)$ odpowiada nieznanej funkcji $f(z')$ w równaniu całkowym (3.9).



Rys. 3.18. Schemat blokowy optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu genetycznego (AG)

W wyniku procesu optymalizacji wyznaczono parametry optymalne, będące współrzędnymi punktów kontrolnych krzywej Béziera, które zapewniają minimum funkcji celu F . Minimalizowaną funkcję celu F zdefiniowano następująco:

$$F = \frac{\max |H_{\text{obliczone},j} - H_0|}{H_0} 100 = \min. \quad (3.15)$$

gdzie:

j – punkt na osi solenoidu, w którym obliczane jest pole magnetyczne,

$j = 1, \dots, N$, N – liczba punktów pomiarowych na osi solenoidu.

Podobnie jak w poprzedniej metodzie, w obliczeniach uwzględniono trzy różne wartości grubości solenoidu t , równe odpowiednio 5 mm, 10 mm oraz 15 mm. W tabeli 3.2 przedstawiono dolne i górne zakresy przedziałów, z których w procesie optymalizacji są losowane wartości parametrów projektowych dla grubości solenoidu $t = 5$ mm. Maksymalną liczbę generacji przyjęto równą 1000, natomiast rozmiar populacji – 32. Oznacza to wykonanie w każdej optymalizacji 32 tys. zagadnień prostych.

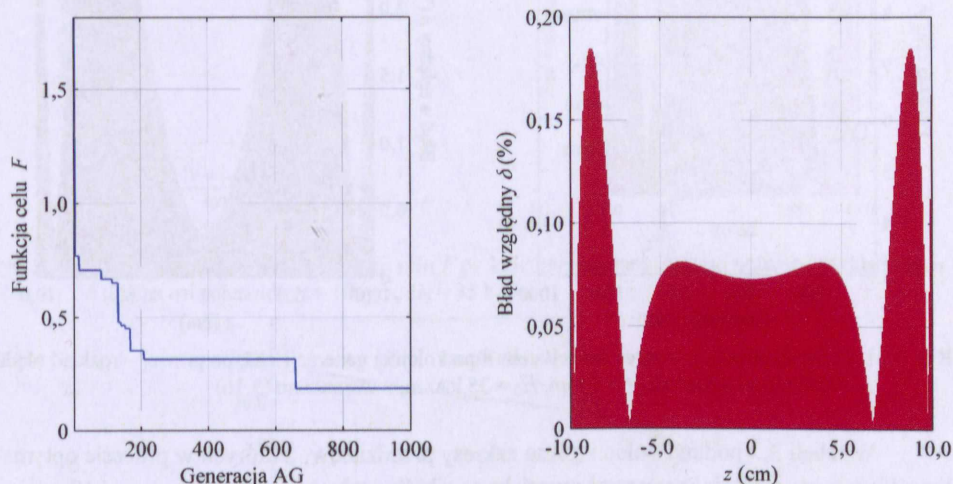
Tabela 3.2. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla grubości solenoidu $t = 5$ mm

Parametr		Dolna wartość (cm)	Górna wartość (cm)
punkty kontrolne krzywej Béziera C_i			
C_0	r_0	0,0	30,0
	z_0	7,5	15,0
C_1	r_1	0,0	30,0
	z_1	6,0	10,5
C_2	r_2	0,0	30,0
	z_2	4,5	9,0
C_3	r_3	0,0	30,0
	z_3	3,0	7,5
C_4	r_4	0,0	30,0
	z_4	1,5	6,0
C_5	r_5	0,0	30,0
	Z_5	0,0	4,5

W jednorodnym polu magnetycznym otrzymany kształt solenoidu jest symetryczny względem płaszczyzny $z = 0$. W związku z tym w procesie optymalizacji poszukiwano tylko górną część solenoidu (dla $z > 0$). Dolna część jest zbudowana jako lustrzane odbicie względem płaszczyzny $z = 0$. Symetryczne punkty kontrolne krzywej Béziera oznaczono na rysunkach symbolem C'_i , $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

Komplet wyników dla każdej przyjętej grubości t solenoidu przedstawiono dwoma rysunkami. Na przykład, dla $t = 5$ mm na rysunku 3.19 po lewej stronie przedstawiono wy-

kres wartości funkcji celu F po kolejnych generacjach AG, a po prawej stronie – rozkład błędu względnego δ dla minimalnej wartości funkcji celu F . Na rysunku 3.20 pokazano optymalny kształt solenoidu. Oprócz punktów pomiarowych na osi (kolor czerwony) zaznaczono również obszar chroniony.

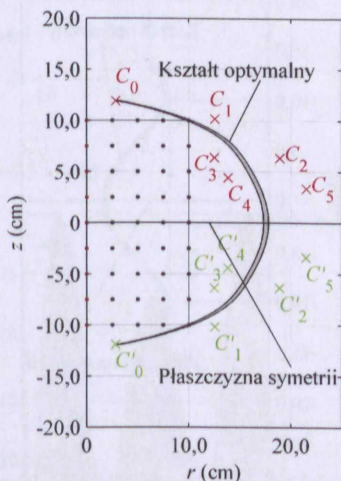


Rys. 3.19. Po lewej stronie – wykres wartości funkcji celu F po kolejnych generacjach AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m

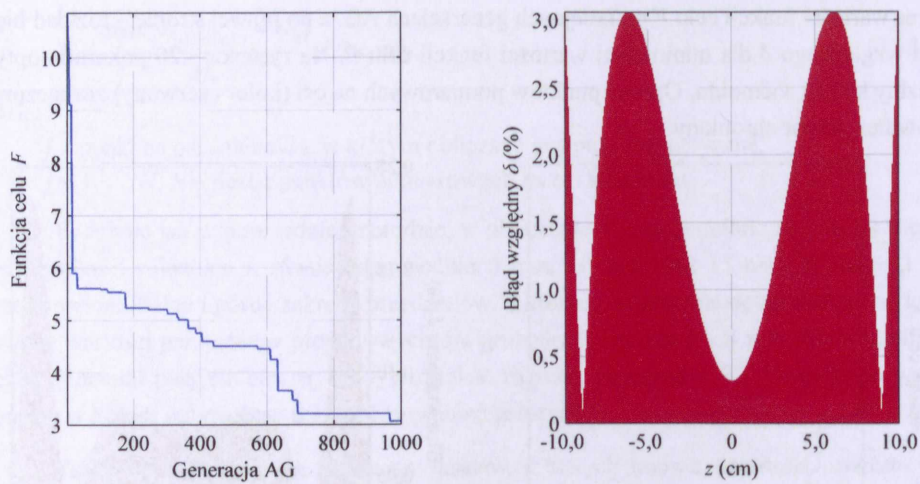
Metoda poszukiwania minimum funkcji celu oparta na algorytmach genetycznych umożliwia łatwe zaimplementowanie ograniczeń projektowych. Jednym z nich może być na przykład warunek odrzucający rozwiązanie, w którym solenoid nakłada się na cały obszar chroniony (zdefiniowany w rozdz. 3.1). W algorytmie realizacja sprowadza się do oddalenia rozwiązania, dla którego wartość współrzędnej r dowolnego punktu należącego do krzywej Béziera jest mniejsza od połowy maksymalnego wymiaru obszaru chronionego:

$$r_i \leq h/2 \quad (3.16)$$

Na rysunkach 3.21 (po lewej i po prawej stronie) i 3.22 przedstawiono odpowiednio wartości funkcji celu F po kolejnych generacjach AG, rozkład błędu δ dla minimalnej wartości funkcji celu F oraz optymalny kształt solenoidu otrzymany z zachowaniem warunku (3.16).



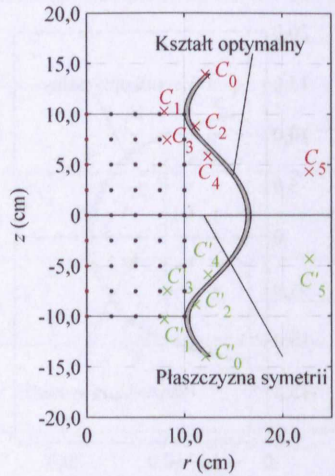
Rys. 3.20. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m



Rys. 3.21. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)

W tabeli 3.3 podano dolne i górne zakresy przedziałów, z których w procesie optymalizacji losowano wartości parametrów projektowych dla grubości solenoidu t równej 10 mm.

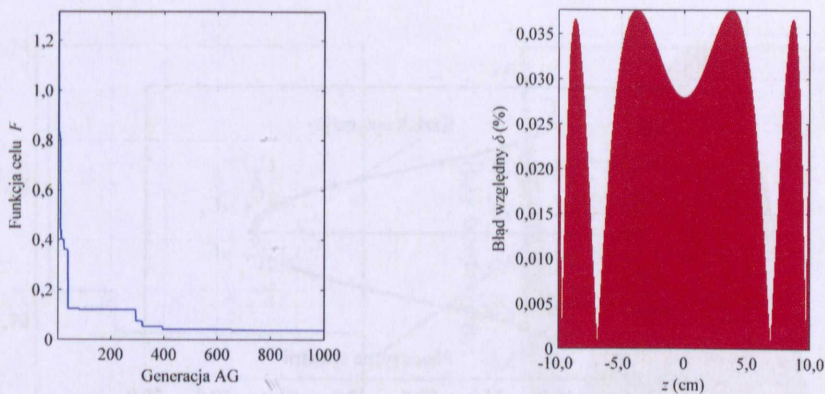
Tabela 3.3. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla grubości solenoidu $t = 10$ mm



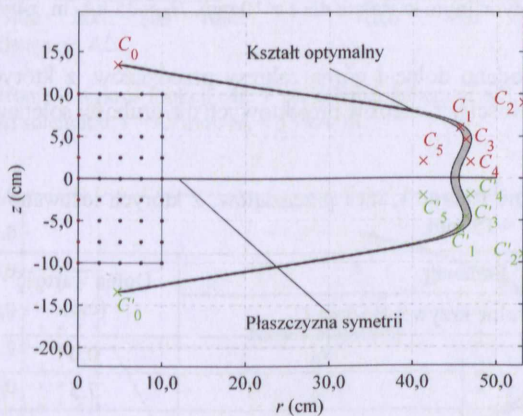
Rys. 3.22. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)

Parametr		Dolna wartość (cm)	Górna wartość (cm)
punkty kontrolne krzywej Béziera C_i			
C_0	r_0	0,0	65,0
	z_0	7,5	15,0
C_1	r_1	0,0	65,0
	z_1	6,0	10,5
C_2	r_2	0,0	65,0
	z_2	4,5	9,0
C_3	r_3	0,0	65,0
	z_3	3,0	7,5
C_4	r_4	0,0	65,0
	z_4	1,5	6,0
C_5	r_5	0,0	65,0
	z_5	0,0	4,5

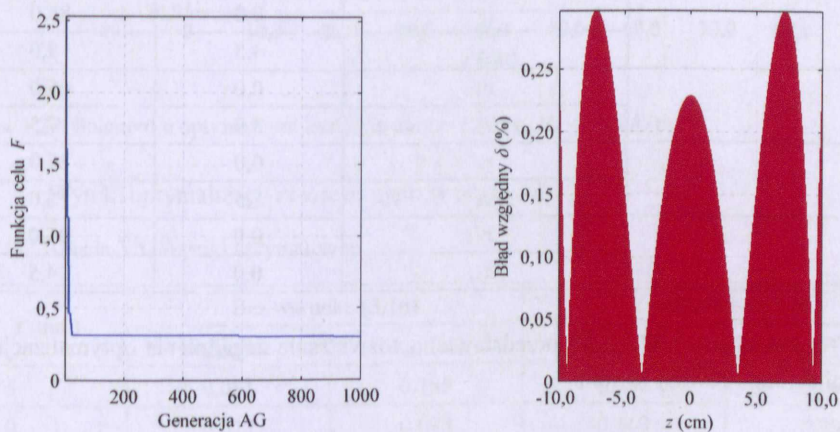
Na rysunkach 3.23 i 3.24 przedstawiono rozwiązanie zagadnienia optymalizacji dla grubości ekranu t równej 10 mm, a na rysunkach 3.25 i 3.26 – wyniki optymalizacji z zachowaniem warunku (3.16).



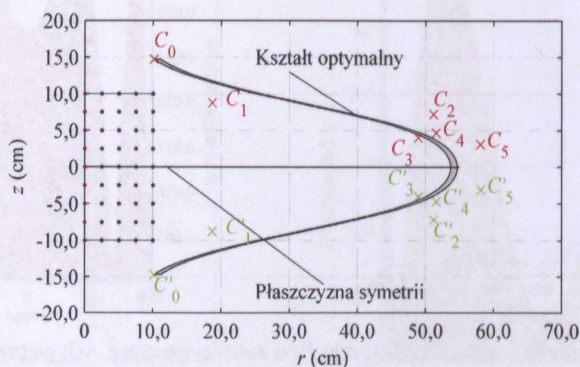
Rys. 3.23. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m



Rys. 3.24. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m



Rys. 3.25. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)



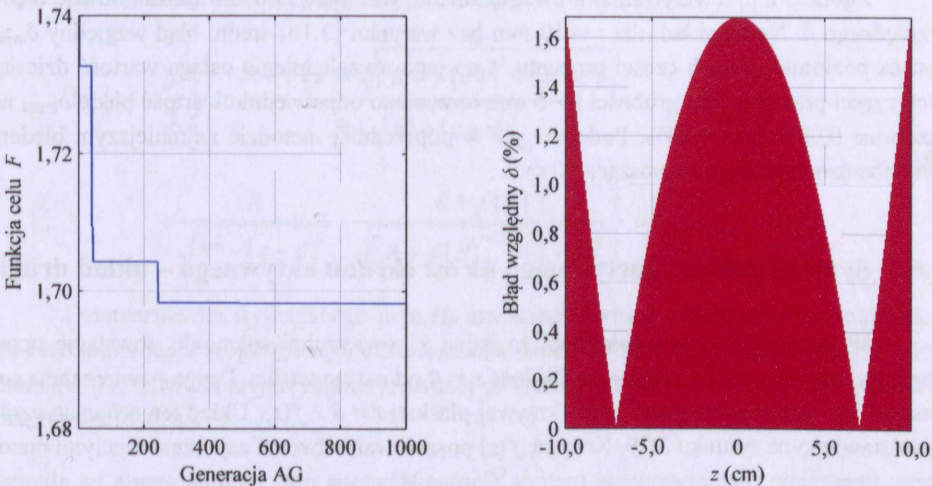
Rys. 3.26. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)

W tabeli 3.4 podano dolne i górne zakresy przedziałów, z których w procesie optymalizacji losowano wartości parametrów projektowych dla grubości solenoidu t równej 15 mm.

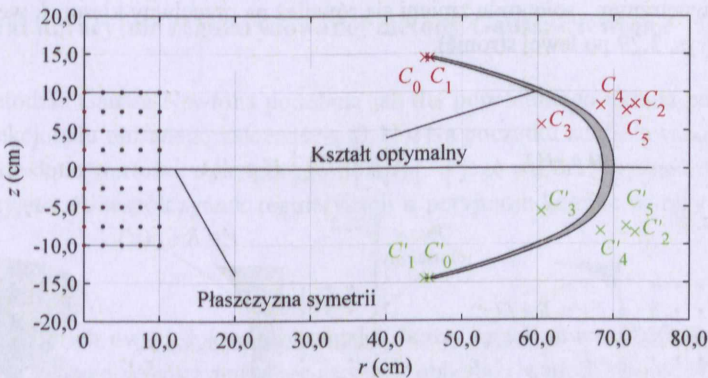
Tabela 3.4. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla grubości solenoidu $t = 15$ mm

Parametr		Dolna wartość (cm)	Górna wartość (cm)
punkty kontrolne krzywej Béziera C_i			
C_0	r_0	0,0	85,0
	z_0	7,5	15,0
C_1	r_1	0,0	85,0
	z_1	6,0	10,5
C_2	r_2	0,0	85,0
	z_2	4,5	9,0
C_3	r_3	0,0	65,0
	z_3	3,0	7,5
C_4	r_4	0,0	85,0
	z_4	1,5	6,0
C_5	r_5	0,0	85,0
	z_5	0,0	4,5

Na rysunkach 3.27 i 3.28 przedstawiono rozwiązanie zagadnienia optymalizacji dla grubości ekranu t równej 15 mm.



Rys. 3.27. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 15$ mm, $H_0 = 35$ kA/m



Rys. 3.28. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 15$ mm, $H_0 = 35$ kA/m

Wyniki optymalizacji zbiorczo ujęto w tabeli 3.5.

Tabela 3.5. Wyniki optymalizacji

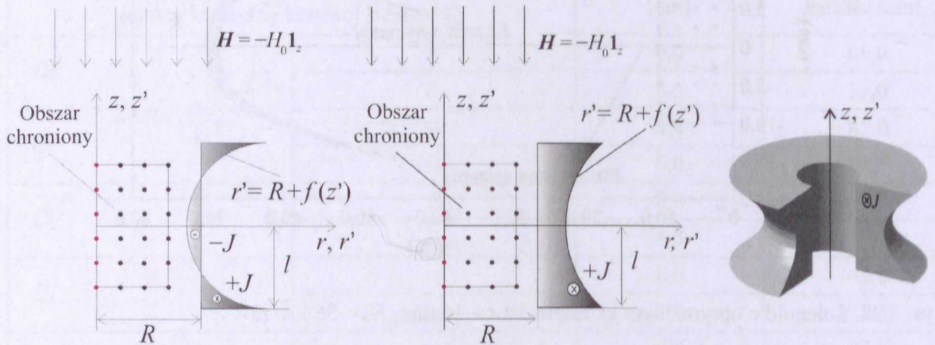
t (mm)	Bez warunku (3.16)		Z warunkiem (3.16)	
	δ_{mean} (%)	δ_{max} (%)	δ_{mean} (%)	δ_{max} (%)
5	0,081	0,185	1,730	3,062
10	0,027	0,038	0,169	0,296
15	1,027	1,686	—	—

Zgodnie z przewidywaniami uwzględnienie warunku (3.16) zwiększa wartość błędu względnego δ . Na przykład, dla $t = 10$ mm bez warunku (3.16) średni błąd względny δ_{mean} jest na poziomie setnych części procentu, a po jego uwzględnieniu osiąga wartość dziesiątych części procentu. Dla grubości $t = 5$ mm otrzymano odpowiednio wartość błędu δ_{mean} na poziomie 0,08% oraz 1,70%. Podobnie jak w poprzedniej metodzie najmniejszym błędem była obarczona grubość wynosząca 10 mm.

3.6. Synteza pola magnetycznego na osi ekranu aktywnego – układ drugi

W tym podrozdziale założono, że jedna z powierzchni solenoidu powstanie przez obrót prostej oddalonej o ustaloną odległość $r = R$ od osi symetrii z . Druga powierzchnia solenoidu jest generowana przez obrót krzywej płaskiej $r = R + f(z)$. Układ ten schematycznie przedstawiono na rysunku 3.29. Krzywą $f(z)$ poszukiwano dwoma zaprezentowanymi metodami: iteracyjnie regularyzowaną metodą Gaussa-Newtona oraz metodą opartą na algorytmach genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera.

Założono, że poszukiwana krzywa $r = R + f(z)$ może przecinać wewnętrzną powierzchnię solenoidu $r = R$. Wówczas ze względu na zmieniony kierunek całkowania w obszarze „wewnętrznym” solenoidu zmieni się również na przeciwny kierunek wektora gęstości prądu J (rys. 3.29 po lewej stronie).



Rys. 3.29. Po lewej stronie i na środku – schemat solenoidu o nieznanym kształcie $r' = R + f(z')$ z dodatkowo zaznaczonym obszarem chronionym; po prawej – wizualizacja trójwymiarowa

Podobnie jak dla poprzedniego układu rozkład natężenia pola magnetycznego na osi solenoidu zdefiniowano następująco [2]:

$$H_z(z) = \frac{J}{2} \int_{-l}^l \int_R^{R+f(z')} \frac{r'^2 dr' dz'}{\left[\sqrt{r^2 + (z - z')^2} \right]^3} \quad (3.17)$$

Po obliczeniu całki wewnętrznej po zmiennej z' otrzymano:

$$H_z(z) = \frac{J}{2} \int_{-l}^l \left\{ \ln \frac{R + f(z') + \sqrt{[R + f(z')]^2 + (z - z')^2}}{R + \sqrt{R^2 + (z - z')^2}} + \right. \\ \left. + \frac{R}{\sqrt{R^2 + (z - z')^2}} - \frac{R + f(z')}{\sqrt{[R + f(z')]^2 + (z - z')^2}} \right\} dz' \quad (3.18)$$

Ostatecznie dla wymaganego pola H_0 uzyskano również nieliniowe równanie całkowe Fredholma pierwszego rodzaju, określone równaniem (3.9) z nieznaną funkcją $f(z')$. Pochodną $K'(f_{G-N})$ w iteracyjnie regularyzowanej metodzie Gaussa-Newtona (3.12) można wyznaczyć analitycznie:

$$K'(f_{G-N}) = \frac{\partial K(f_{G-N})}{\partial f} = \frac{(R + f_{G-N})^2}{\sqrt{(R + f_{G-N})^2 + (z - z')^2}^3} \quad (3.19)$$

3.6.1. Wyniki iteracyjnie regularyzowanej metody Gaussa-Newtona

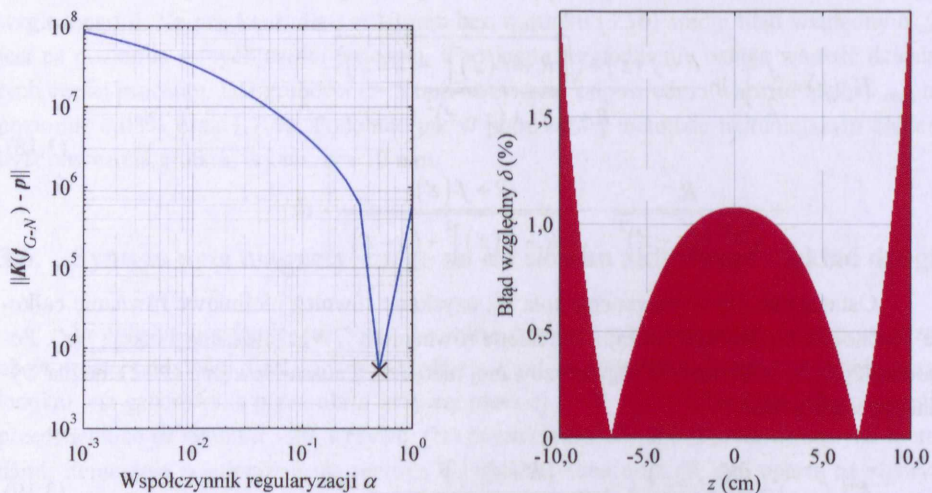
W metodzie Gaussa-Newtona podobnie jak dla poprzedniego układu poszukiwano minimum funkcjonatu opisanego zależnością (3.11). Na początku zdefiniowano parametry solenoidu, określono wartości wymaganego pola H_0 na jego osi oraz wyznaczono wyrazy ciągu α^k . Przyjęto, że współczynnik regularyzacji α przyjmuje kolejne wyrazy ciągu harmonicznego:

$$\alpha^k = 1/k \quad (3.20)$$

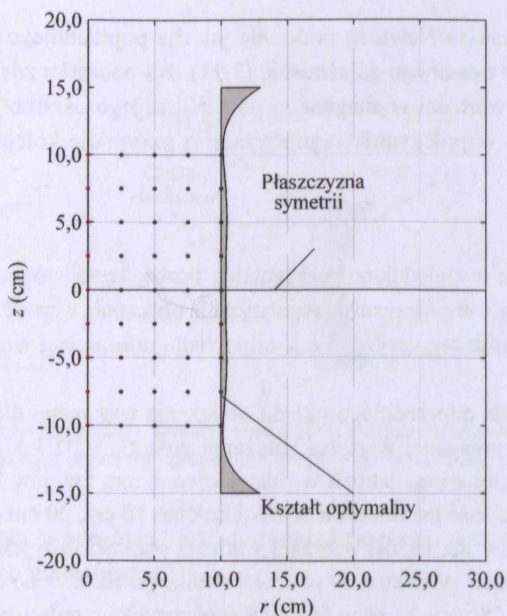
W obliczeniach uwzględniono maksymalną liczbę iteracji równą 1000 ($k = 1, \dots, M$, $M = 1000$). Dla każdego współczynnika regularyzacji obliczono wartość normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$. Optymalny współczynnik regularyzacji α_{opt} odpowiada minimalnej wartości normy wektora $\|K(f_{G-N}) - p\|$.

Podobnie jak dla poprzedniego układu obliczenia wykonano dla solenoidu o wymiarze $l = 15$ cm oraz wymaganej wartości natężenia pola $H_0 = 35$ kA/m. Przyjęto także, że solenoid jest zbudowany z nawijanych w odstępach co 1 mm zwojów kołowych z prądem I o natężeniu 10 A, a wartość parametru R wynosi kolejno 10 cm, 20 cm oraz 30 cm.

Zestaw wyników dla każdej przyjętej wartości parametru R przedstawiono na dwóch rysunkach. Na przykład na rysunku 3.30 po lewej stronie przedstawiono dla $R = 10$ cm logarymiczny wykres normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$ w funkcji współczynnika regularyzacji α ; punkt zaznaczony symbolem x odpowiada minimalnej wartości normy wektora wartości $\|K(f_{G-N}) - p\|$ dla współczynnika $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$; a po prawej – rozkład błędów δ (%) na osi solenoidu dla α_{opt} obliczony według zależności (3.6). Na rysunku 3.31 pokazano optymalny kształt solenoidu dla $R = 10$ cm.

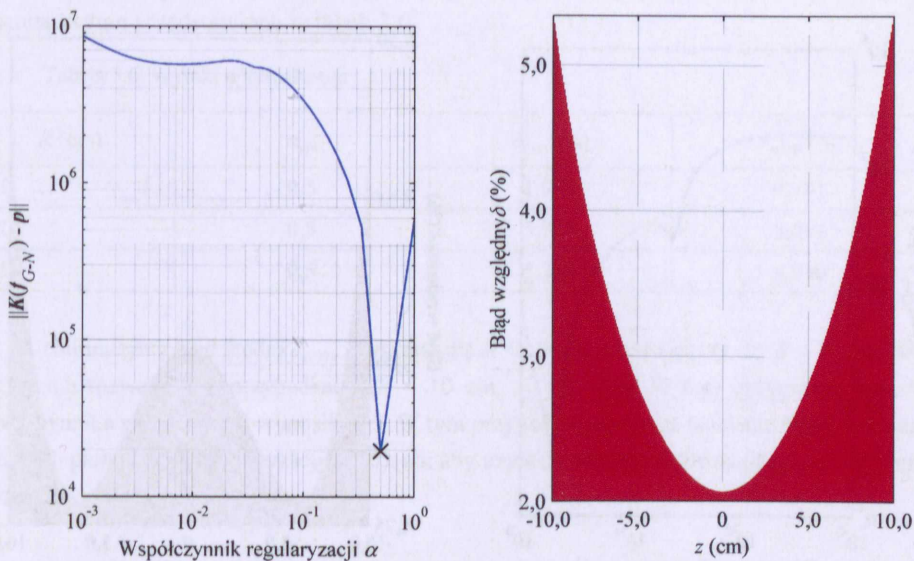


Rys. 3.30. Po lewej stronie – logarytmiczny wykres normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m

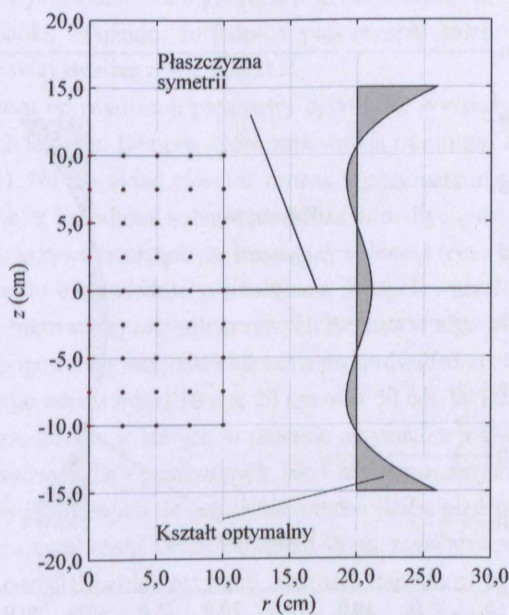


Rys. 3.31. Solenoid o optymalnym kształcie, $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$

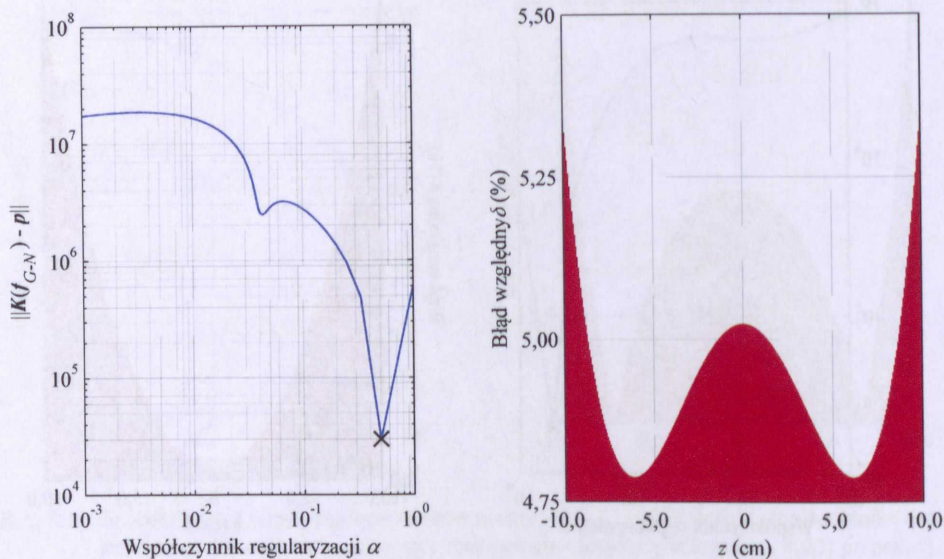
Na rysunkach 3.32–3.35 przedstawiono wyniki zastosowania metody dla R równego odpowiednio 20 cm oraz 30 cm.



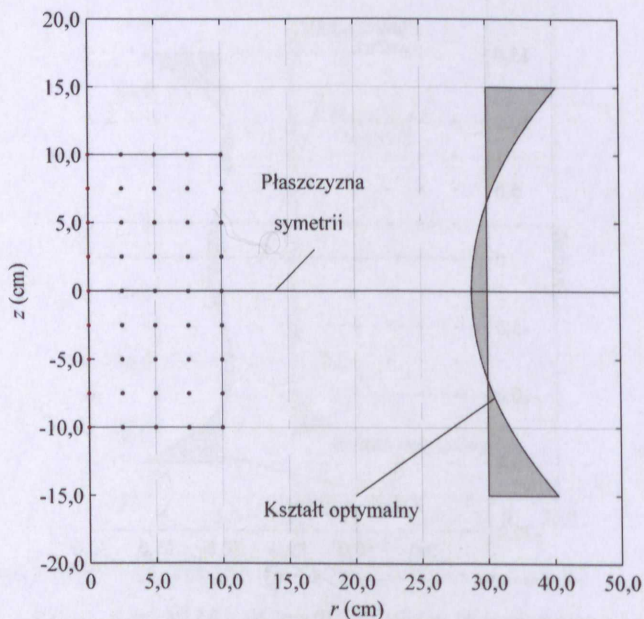
Rys. 3.32. Po lewej stronie – logarytmiczny wykres normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{opt} = 0,5$; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m



Rys. 3.33. Solenoid o optymalnym kształcie, $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{opt} = 0,5$



Rys. 3.34. Po lewej stronie – logarytmiczny wykres normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m



Rys. 3.35. Solenoid o optymalnym kształcie, $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$

Wyniki optymalizacji za pomocą iteracyjnie regularyzowanej metody Gaussa-Newtona sumarycznie przedstawiono w tabeli 3.6.

Tabela 3.6. Wyniki optymalizacji

R (cm)	α_{opt}	δ_{max} (%)	δ_{mean} (%)
10	0,5	1,988	0,781
20	0,5	5,338	3,093
30	0,5	5,340	4,930

Najmniejszy błąd średni δ_{mean} uzyskano dla $R = 10$ cm, a największy dla $R = 30$ cm. We wszystkich rozważanych przypadkach ($R = 10$ cm, 20 cm oraz 30 cm) optymalna wartość współczynnika regularyzacji wynosiła 0,5. W tym przypadku poprawne ustalenie ciągu wartości kolejnych parametrów regularyzacji (3.20), tak aby uzyskać minimum normy $\|K(f_{G-N}) - p\|$, nie było łatwe.

3.6.2. Wyniki metody AG i krzywych Béziera

Podobnie jak dla układu pierwszego zaprezentowano wyniki optymalizacji kształtu solenoidu (rys. 3.29) z wykorzystaniem algorytmów genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera. W tym przypadku założono, że jedna z powierzchni solenoidu jest generowana przez obrót krzywej płaskiej Béziera $r = R + f_B(z)$.

W wyniku procesu optymalizacji parametry optymalne wyznaczono jako współrzędne punktów kontrolnych krzywej Béziera, które zapewniają minimum funkcji celu F określonej zależnością (3.15). Na ten układ również można z góry narzucić pewne ograniczenie geometryczne związane z kształtem solenoidu. Może nim być odrzucenie rozwiązania, w którym przecinają się krzywe tworzące projektowany solenoid (rys. 3.29 po lewej stronie). Warunek sprowadza się do odpowiedniego ustawienia dolnych wartości końców przedziałów współrzędnych r_i punktów kontrolnych krzywych Béziera w algorytmie genetycznym.

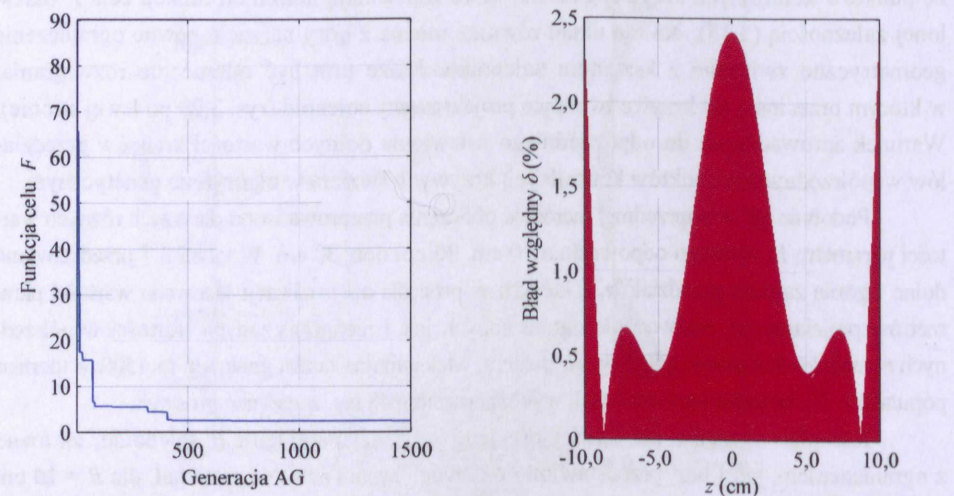
Podobnie jak w poprzedniej metodzie obliczenia przeprowadzono dla trzech różnych wartości parametru R , równo odpowiednio 10 cm, 20 cm oraz 30 cm. W tabeli 3.7 przedstawiono dolne i górne zakresy przedziałów, z których w procesie optymalizacji losowano wartości parametrów projektowych zarówno dla ograniczonych jak i nieograniczonych wartości współrzędnych r punktów kontrolnych krzywych Béziera. Maksymalna liczba generacji to 1500, a rozmiar populacji – 32. W każdej optymalizacji wykonano zatem 48 tys. zagadnień prostych.

Komplet wyników dla każdej przyjętej wartości parametru R solenoidu, zarówno z ograniczeniem, jak i bez, przedstawiono na dwóch rysunkach. Na przykład, dla $R = 10$ cm bez ograniczenia na rysunku 3.36 po lewej stronie przedstawiono wykres wartości funkcji celu F po kolejnych generacjach AG, a po prawej – rozkład błędu względnego δ dla mini-

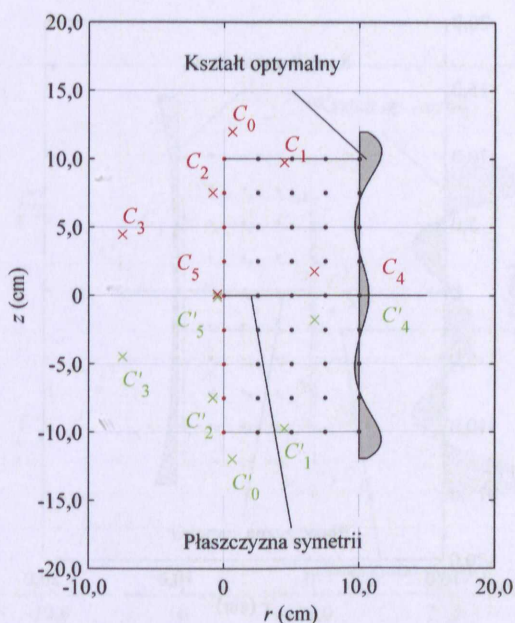
malnej wartości funkcji celu F . Na rysunku 3.37 pokazano optymalny kształt solenoidu. W celu utworzenia właściwej krzywej tworzącej powierzchnię solenoidu należy przesunąć poziomo krzywą Béziera $f_B(z)$ o wartość parametru R , zgodnie z zależnością: $r = R + f_B(z)$.

Tabela 3.7. Dolne i górne końce przedziałów, z których losowano wartości parametrów

Parametr		Bez ograniczenia		Z ograniczeniem	
punkty kontrolne krzywej Béziera C_i		dolna wartość (cm)	górna wartość (cm)	dolna wartość (cm)	górna wartość (cm)
C_0	r_0	-15,0	15,0	0,0	15,0
	z_0	7,5	15,0	7,5	15,0
C_1	r_1	-15,0	15,0	0,0	15,0
	z_1	6,0	10,5	6,0	10,5
C_2	r_2	-15,0	15,0	0,0	15,0
	z_2	4,5	9,0	4,5	9,0
C_3	r_3	-15,0	15,0	0,0	15,0
	z_3	3,0	7,5	3,0	7,5
C_4	r_4	-15,0	15,0	0,0	15,0
	z_4	1,5	6,0	1,5	6,0
C_5	r_5	-15,0	15,0	0,0	15,0
	z_5	0,0	4,5	0,0	4,5

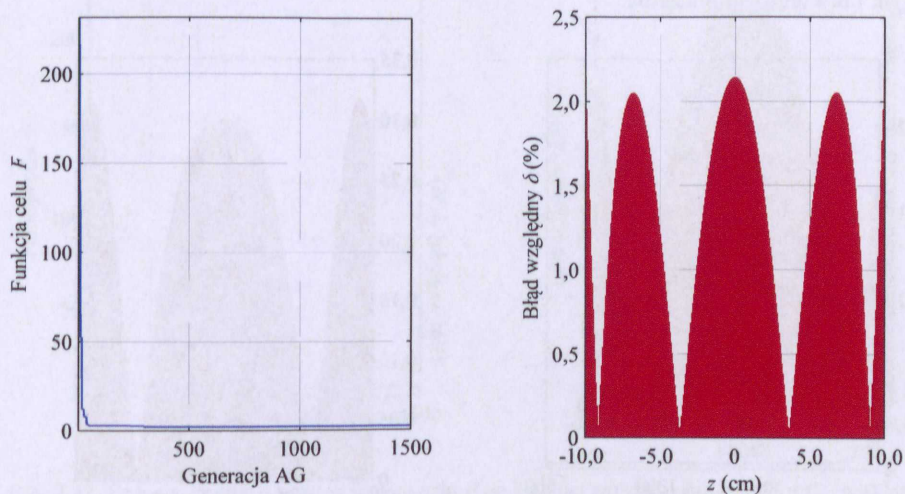


Rys. 3.36. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego

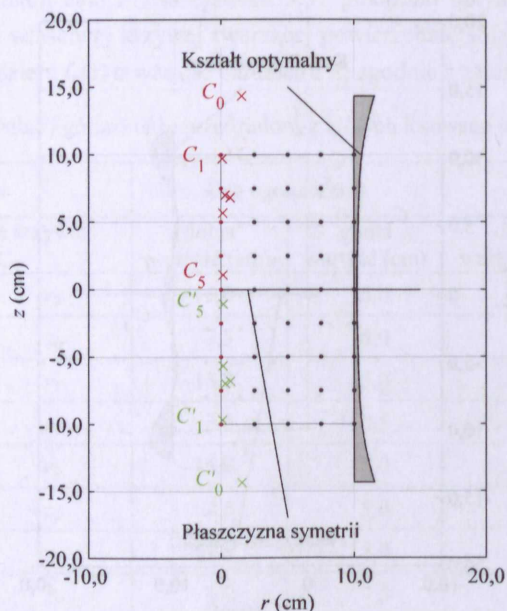


Rys. 3.37. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego

Na rysunkach 3.38 i 3.39 przedstawiono wyniki optymalizacji dla $R = 10$ cm, z zastosowaniem ograniczenia geometrycznego.

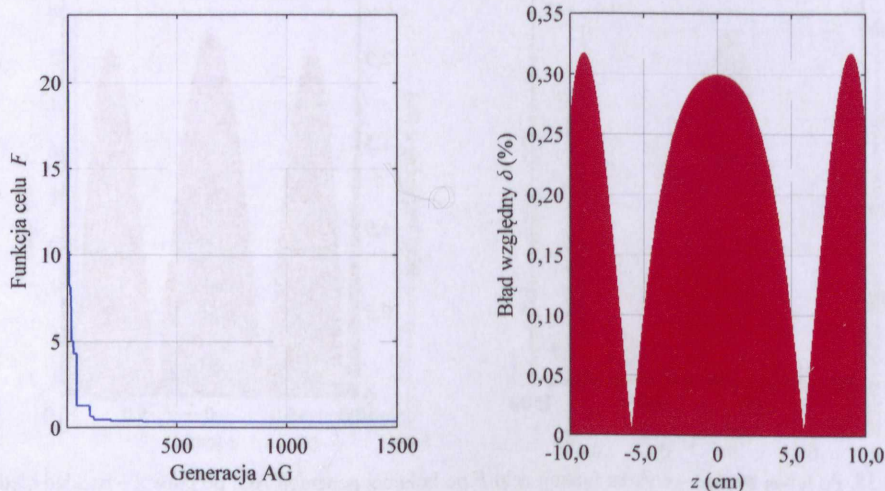


Rys. 3.38. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym

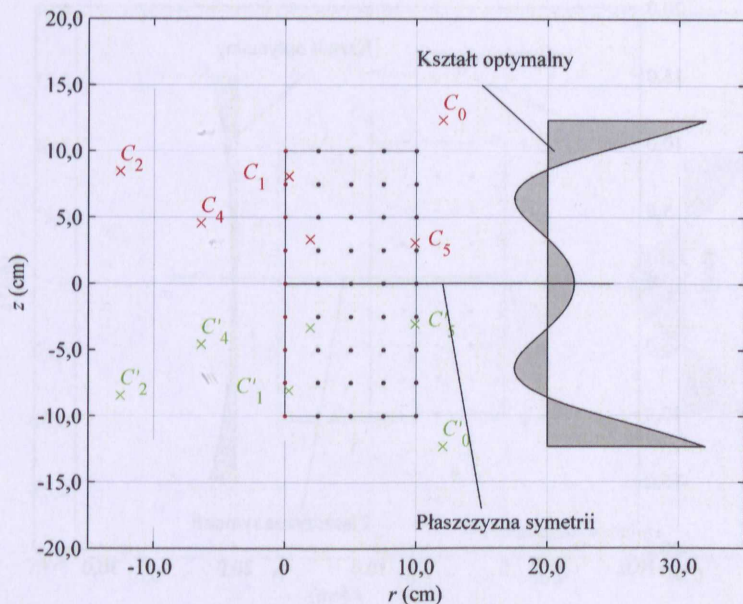


Rys. 3.39. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym

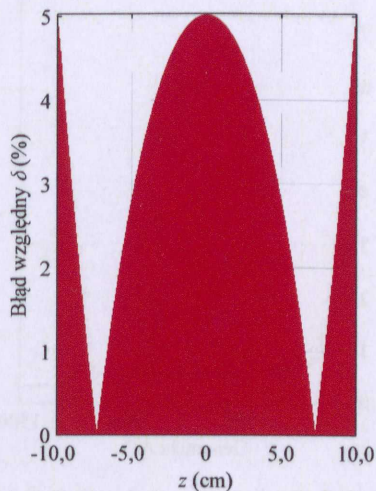
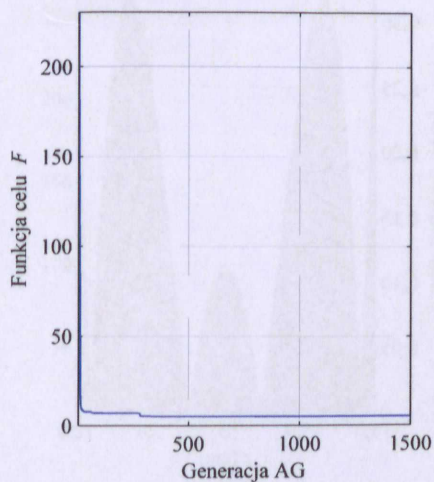
Na rysunkach 3.40–3.47 przedstawiono wyniki optymalizacji dla pozostałych wartości parametru R (równego kolejno 20 cm oraz 30 cm) zarówno z ograniczeniem geometrycznym, jak i bez tego ograniczenia.



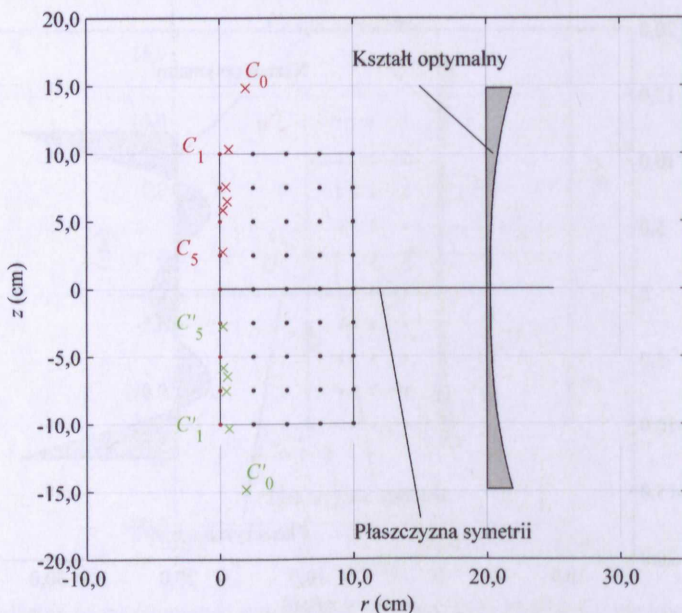
Rys. 3.40. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego



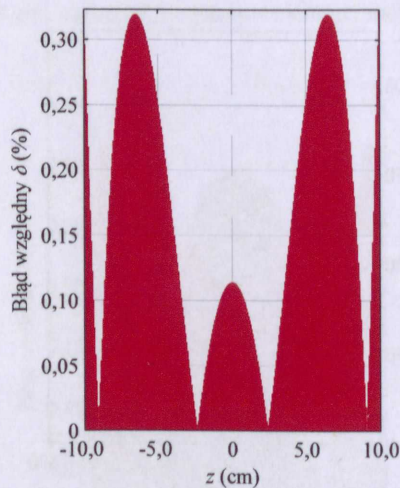
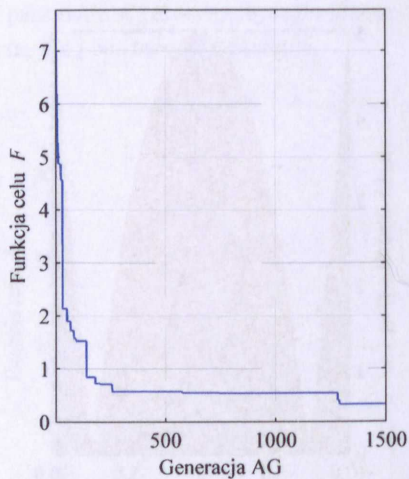
Rys. 3.41. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego



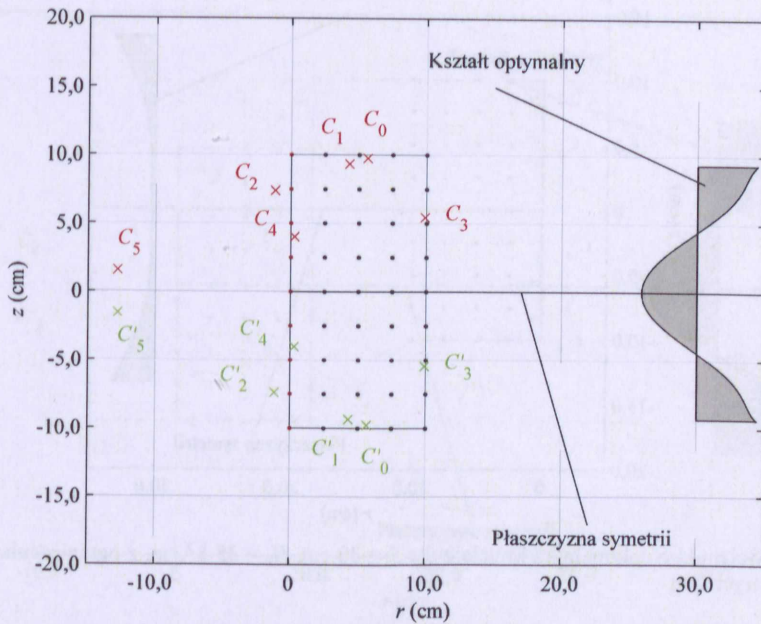
Rys. 3.42. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędów δ (%) na osi solenoidu; $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym



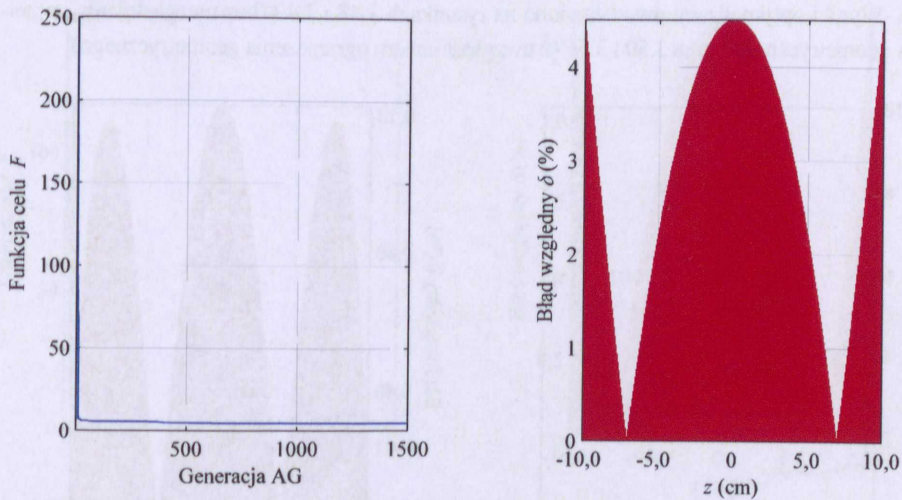
Rys. 3.43. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym



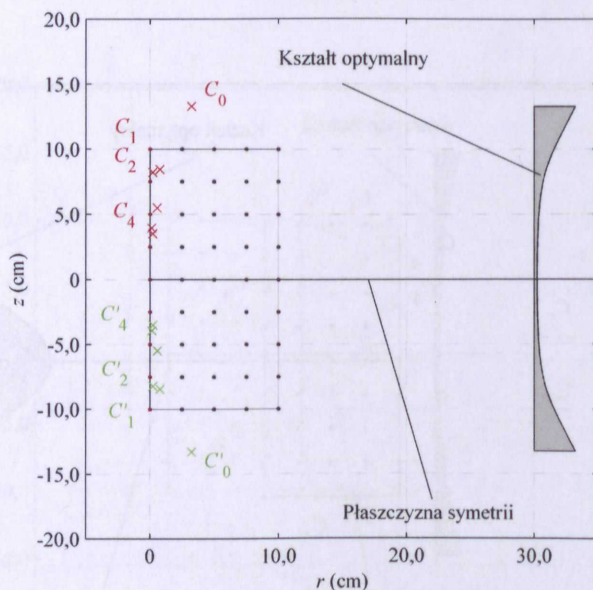
Rys. 3.44. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego



Rys. 3.45. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego

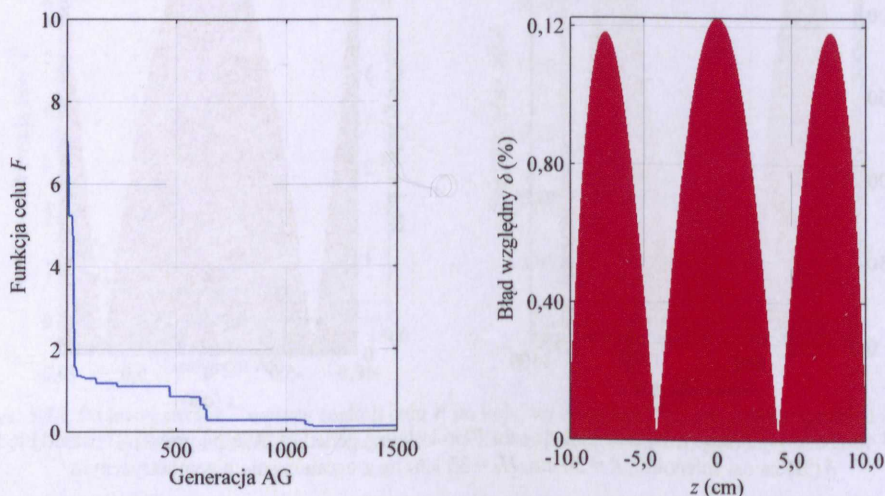


Rys. 3.46. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym

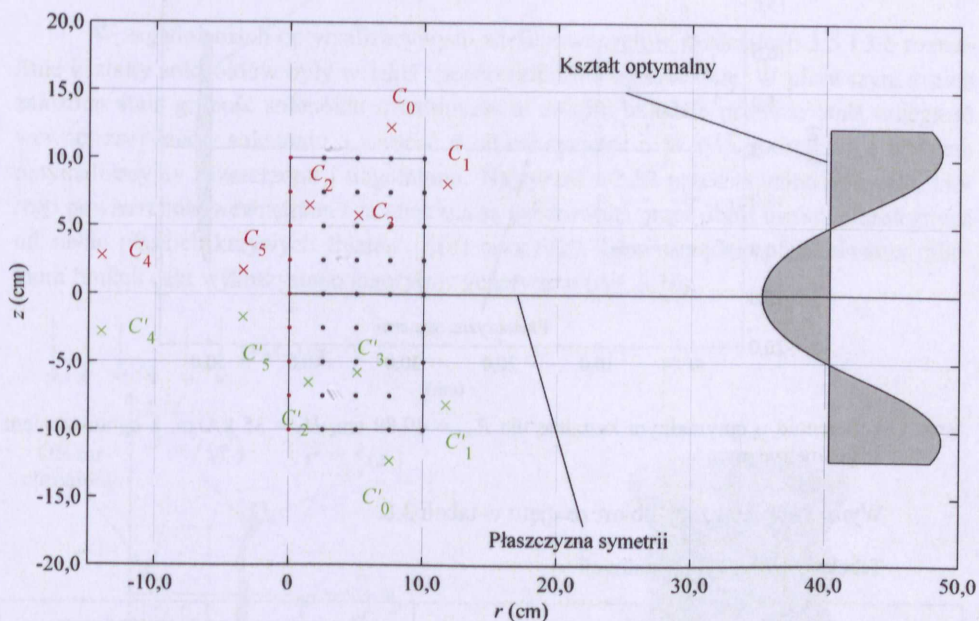


Rys. 3.47. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym

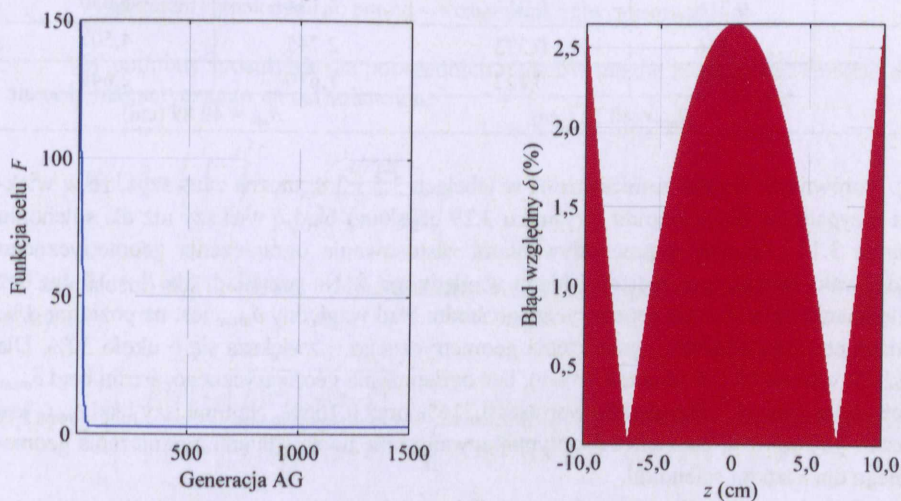
Rozważane zagadnienie optymalizacyjne, w którym wykorzystano algorytmy genetyczne, można łatwo zmodyfikować, aby również można było poszukiwać optymalnej wartości parametru R . Obliczenia wykonano dla przedziału możliwych wartości parametru R od 10 cm do 50 cm. Wyniki optymalizacji przedstawiono na rysunkach 3.48 i 3.49 (bez uwzględnienia ograniczenia geometrycznego) oraz 3.50 i 3.51 (z uwzględnieniem ograniczenia geometrycznego).



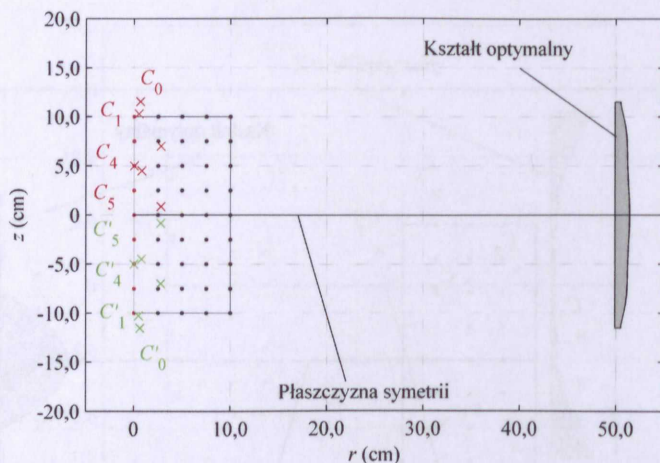
Rys. 3.48. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędów δ (%) na osi solenoidu; $R_{\text{opt}} = 40,32$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego



Rys. 3.49. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R_{\text{opt}} = 40,32$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego



Rys. 3.50. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $R_{\text{opt}} = 49,89$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym



Rys. 3.51. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R_{\text{opt}} = 49,89$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym

Wyniki optymalizacji zbiorczo ujęto w tabeli 3.8.

Tabela 3.8. Wyniki optymalizacji

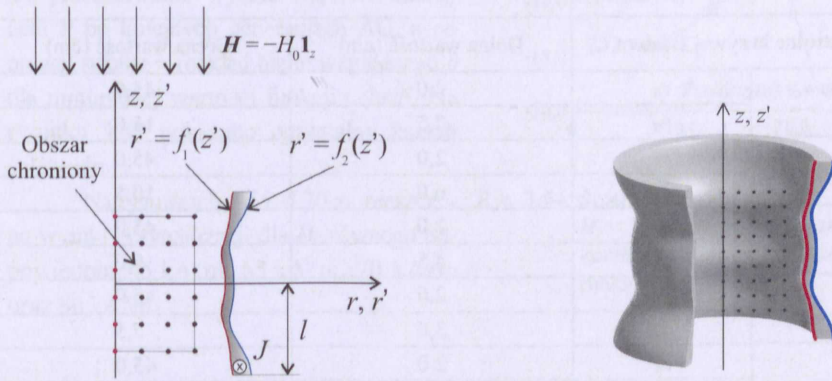
R (cm)	Bez ograniczenia geometrycznego		Z ograniczeniem geometrycznym	
	δ_{mean} (%)	δ_{max} (%)	δ_{mean} (%)	δ_{max} (%)
10	1,027	2,425	1,317	2,143
20	0,216	0,317	3,134	5,030
30	0,166	0,323	2,745	4,507
–	0,077	0,122	1,610	2,648
	$R_{\text{opt}} = 40,32$ (cm)		$R_{\text{opt}} = 49,89$ (cm)	

Porównując wyniki zamieszczone w tabelach 3.5 i 3.8, można zauważyć, że w większości przypadków dla solenoidu z rysunku 3.29 uzyskano błąd δ większy niż dla solenoidu z rysunku 3.11. Zgodnie z przewidywaniami zastosowanie ograniczenia geometrycznego spowodowało zwiększenie wartości błędu względnego δ . Na przykład, dla $R = 10$ cm bez uwzględniania ograniczenia geometrycznego średni błąd względny δ_{mean} jest na poziomie 1%, natomiast po uwzględnieniu ograniczenia geometrycznego – zwiększa się o około 30%. Dla większych wartości R (20 cm oraz 30 cm), bez ograniczenia geometrycznego, średni błąd δ_{mean} zmniejsza się i osiąga odpowiednio wartości 0,216% oraz 0,166%. Najmniejszy błąd δ_{mean} jest wówczas, gdy wartość parametru R optymalizowano i nie uwzględniano ograniczenia geometrycznego dla kształtu solenoidu.

W większości analizowanych przypadków nie było potrzeby wykonywania tak dużej liczby generacji algorytmu genetycznego. Nieznaczne zmiany wartości funkcji celu F pod koniec pracy algorytmu genetycznego zaszły tylko dla $R = 30$ cm (rys. 3.44 po lewej stronie) oraz $R_{\text{opt}} = 40,32$ cm (rys. 3.48 po lewej stronie).

3.7. Synteza pola magnetycznego na osi ekranu aktywnego – układ trzeci

W zagadnieniach optymalizacyjnych zdefiniowanych w rozdziałach 3.5 i 3.6 rozważane kształty solenoidów były w jakiś sposób sztucznie ograniczone. W pierwszym z nich założono stałą grubość solenoidu t , natomiast w drugim układzie ustalono stałą odległość wewnętrznej ściany solenoidu o wartość R od osi symetrii z . W tym podrozdziale problem optymalizacyjny rozszerzono i uogólniono. Na rysunku 3.52 przedstawiono solenoid, którego powierzchnie wewnętrzna i zewnętrzna są generowane przez obrót dwóch niezależnych od siebie płaskich krzywych Béziera: $f_1(z')$ oraz $f_2(z')$. Jako narzędzie poszukiwania minimum funkcji celu wykorzystano algorytmy genetyczne (rys. 3.18).



Rys. 3.52. Po lewej stronie – schemat solenoidu o nieznanym kształcie wraz z dodatkowo zaznaczonym obszarem chronionym; po prawej – wizualizacja trójwymiarowa

W podobny sposób jak dla poprzednich układów można zdefiniować rozkład natężenia pola magnetycznego na osi solenoidu:

$$H_z(z) = \frac{J}{2} \int_{-l}^l \int_{f_1(z')}^{f_2(z')} \frac{r'^2 dr' dz'}{\left[\sqrt{r'^2 + (z - z')^2} \right]^3} \quad (3.21)$$

W zależności (3.21) można obliczyć całkę wewnętrzną po zmiennej r' i w rezultacie otrzymać:

$$H_z(z) = \frac{J}{2} \int_{-l}^l \left\{ \ln \frac{f_2(z') + \sqrt{[f_2(z')]^2 + (z - z')^2}}{f_1(z') + \sqrt{[f_1(z')]^2 + (z - z')^2}} + \frac{f_1(z')}{\sqrt{[f_1(z')]^2 + (z - z')^2}} - \frac{f_2(z')}{\sqrt{[f_2(z')]^2 + (z - z')^2}} \right\} dz' \quad (3.22)$$

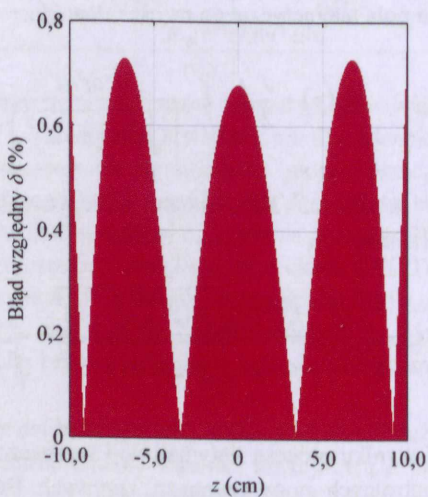
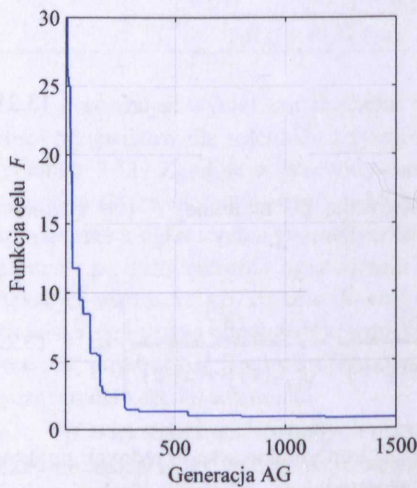
W wyniku procesu optymalizacji wyznaczono wartości optymalne współrzędnych punktów kontrolnych poszukiwanych krzywych Béziera, zapewniające minimum funkcji celu F określonej wyrażeniem (3.15). Na ten układ także można narzucić warunek (3.16). Obliczeń dokonano dla pięciu różnych wartości wymaganego natężenia pola H_0 (równego odpowied-

nio 35 kA/m, 45 kA/m, 55 kA/m, 70 kA/m oraz 80 kA/m) ze zdefiniowanym wcześniej warunkiem (3.16) i bez niego.

W algorytmie poszukiwania minimum funkcji celu założono, że krzywe Béziera mogą się przecinać, lecz tym razem, niezależnie od otrzymanego kształtu, wektor gęstości prądu J ma zawsze ten sam, stały kierunek. Każda krzywa Béziera generowana jest na podstawie sześciu punktów kontrolnych, przy czym przedziały, z których losowane są wartości współrzędnych punktów kontrolnych, są takie same dla obu krzywych. W tabeli 3.9 przedstawiono dolne i górne zakresy przedziałów, z których w procesie optymalizacji losowano wartości współrzędnych punktów kontrolnych krzywych Béziera.

Tabela 3.9. Dolne i górne końce przedziałów, z których losowano wartości parametrów

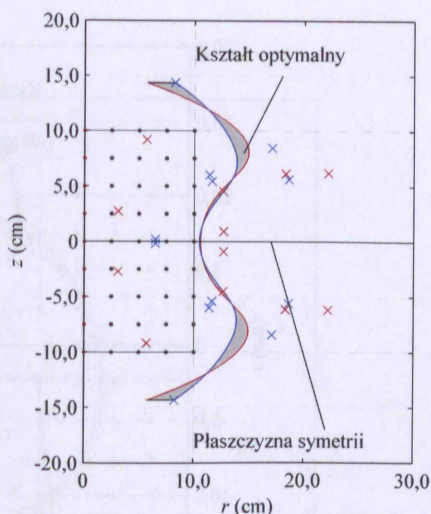
Punkty kontrolne krzywej Béziera C_i		Dolna wartość (cm)	Górna wartość (cm)
C_0	r_0	2,0	45,0
	z_0	7,5	15,0
C_1	r_1	2,0	45,0
	z_1	6,0	10,5
C_2	r_2	2,0	45,0
	z_2	4,5	9,0
C_3	r_3	2,0	45,0
	z_3	3,0	7,5
C_4	r_4	2,0	45,0
	z_4	1,5	6,0
C_5	r_5	2,0	45,0
	z_5	0,0	4,5



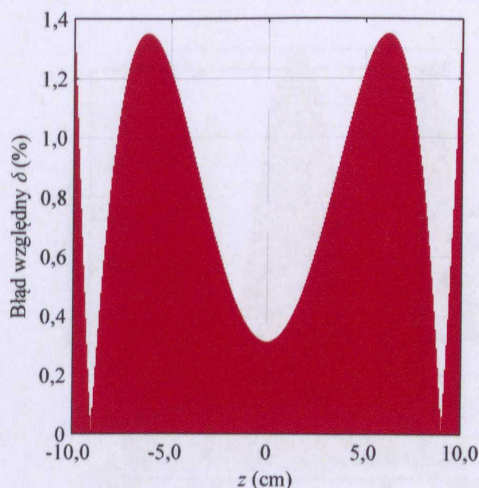
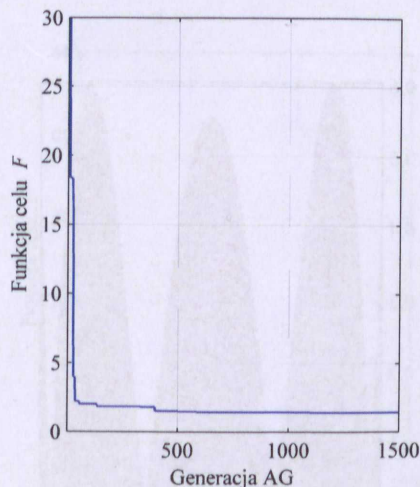
Rys. 3.53. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 35$ kA/m, bez warunku (3.16)

Całkowita liczba optymalizowanych parametrów jest równa 24, maksymalna liczba generacji – 1500, a rozmiar populacji – 24. Oznacza to wykonanie w każdej optymalizacji 36 tys. zagadnień prostych. Komplet wyników dla każdej z przyjętych wartości natężenia pola H_0 , zarówno dla warunku (3.16), jak i bez niego, przedstawiono na dwóch rysunkach. Na przykład, dla $H_0 = 35$ kA/m na rysunku 3.53 po lewej stronie przedstawiono wykres wartości funkcji celu F po kolejnych generacjach AG, a po prawej stronie – rozkład błędu względnego δ dla minimalnej wartości funkcji celu F . Na rysunku 3.54 pokazano optymalny kształt solenoidu.

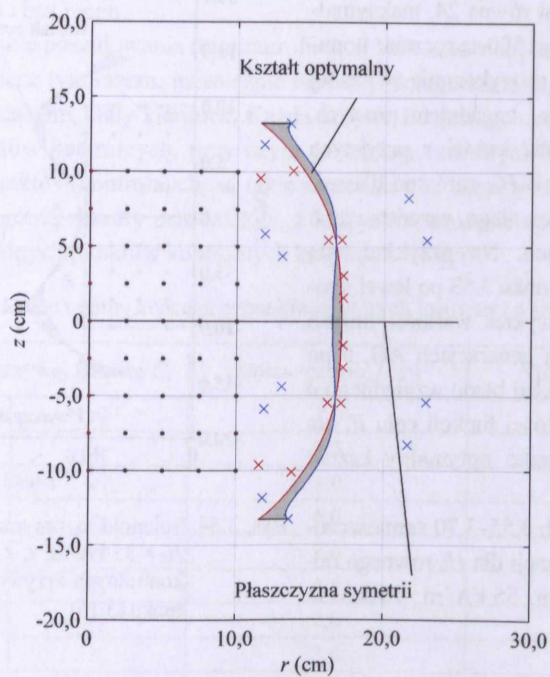
Na rysunkach 3.55–3.70 zamieszczono wyniki optymalizacji dla H_0 równego odpowiednio 45 kA/m, 55 kA/m, 70 kA/m oraz 80 kA/m.



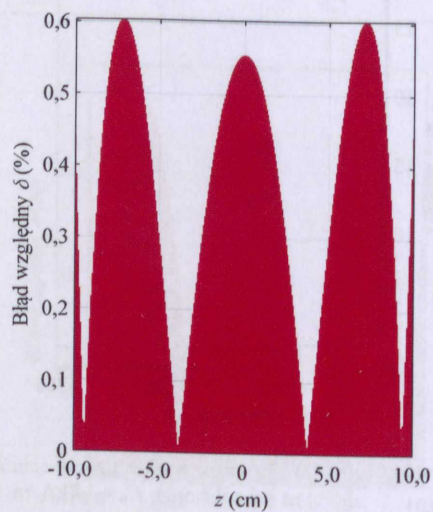
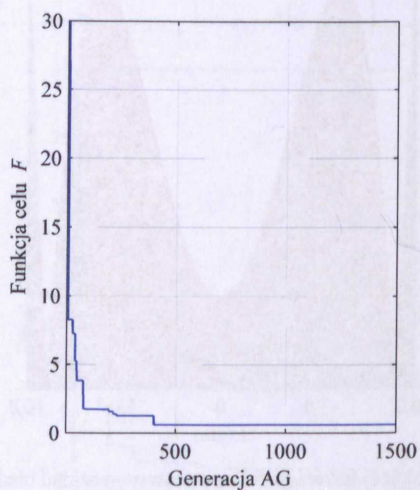
Rys. 3.54. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 35$ kA/m; $\times$, $\times$ – położenie punktów kontrolnych krzywych Béziera, bez warunku (3.16)



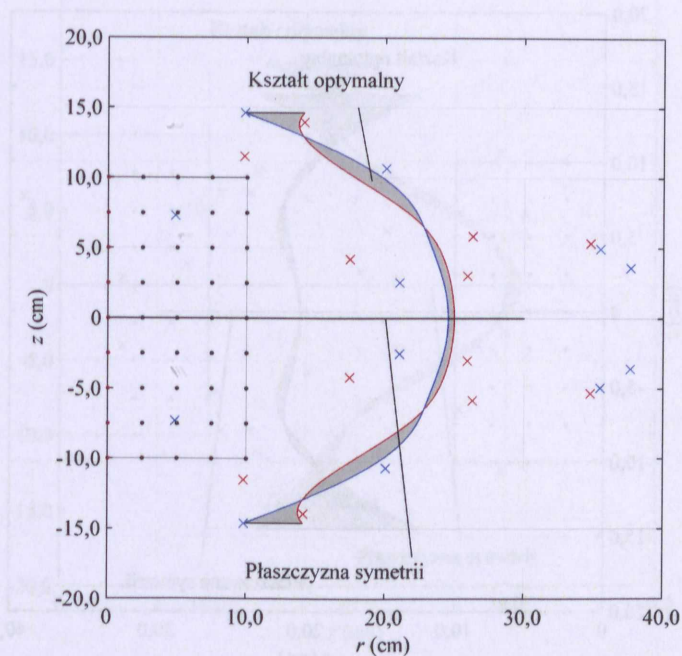
Rys. 3.55. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)



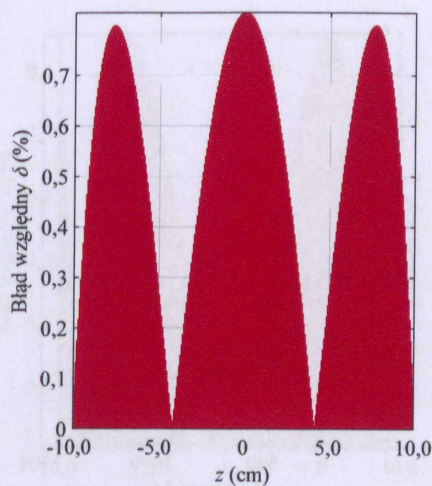
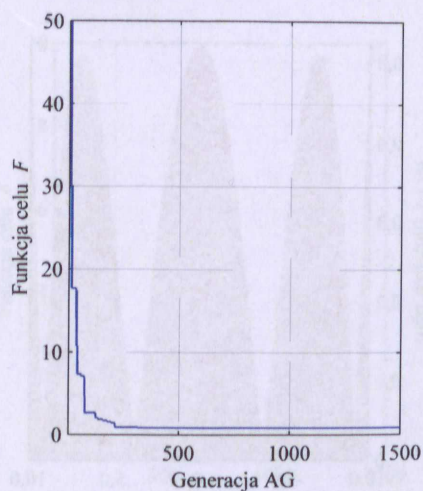
Rys. 3.56. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)



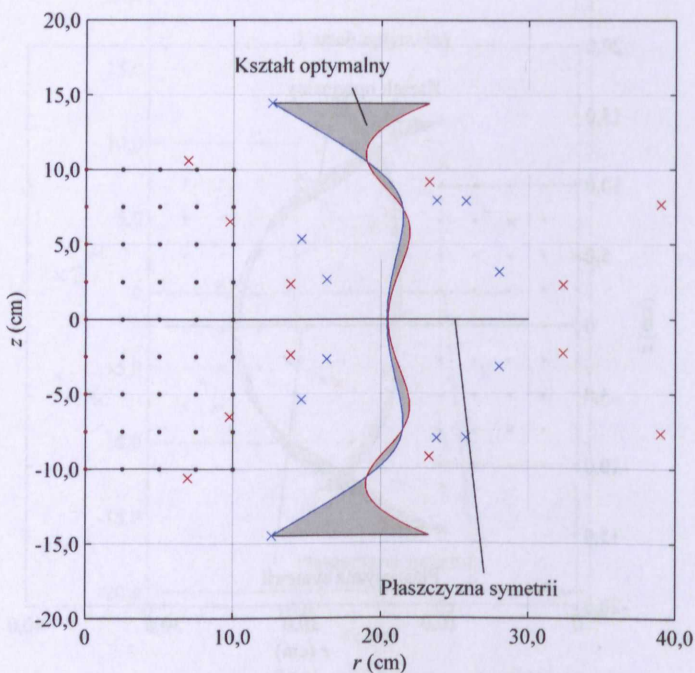
Rys. 3.57. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 45$ kA/m, bez warunku (3.16)



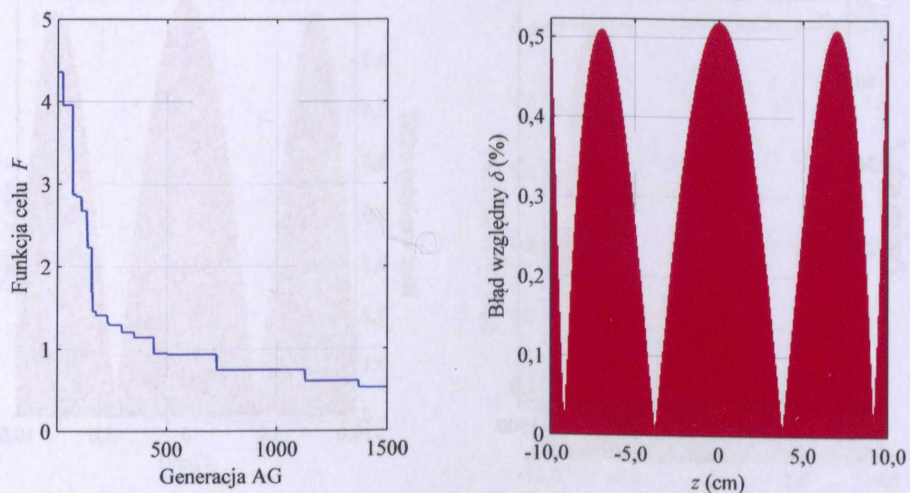
Rys. 3.58. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 45$ kA/m, bez warunku (3.16)



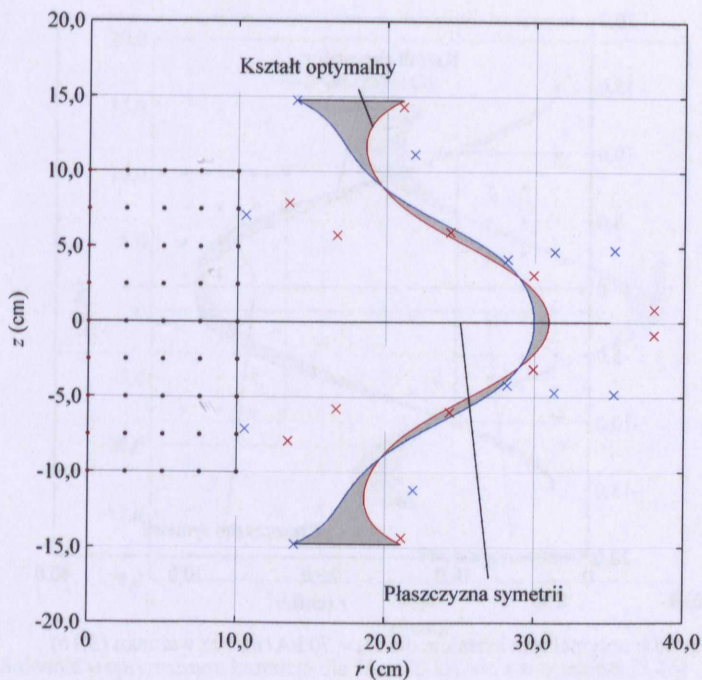
Rys. 3.59. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędów δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 45$ kA/m, z warunkiem (3.16)



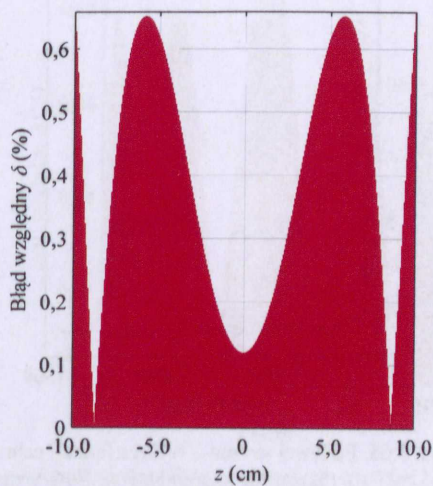
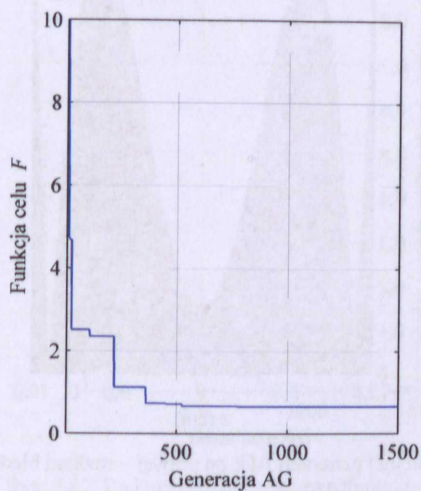
Rys. 3.60. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 45$ kA/m, z warunkiem (3.16)



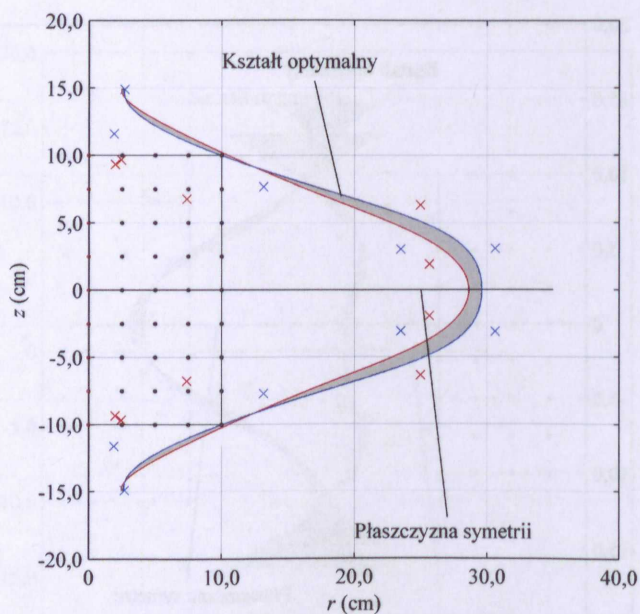
Rys. 3.61. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 55$ kA/m, bez warunku (3.16)



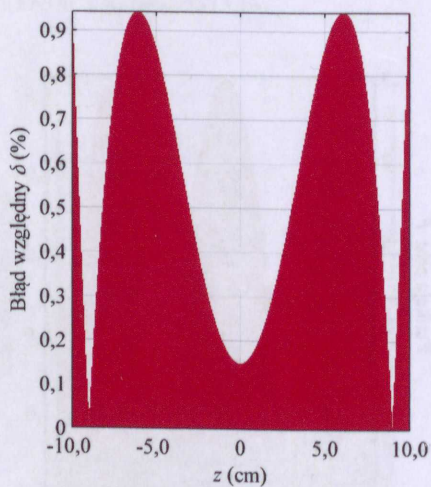
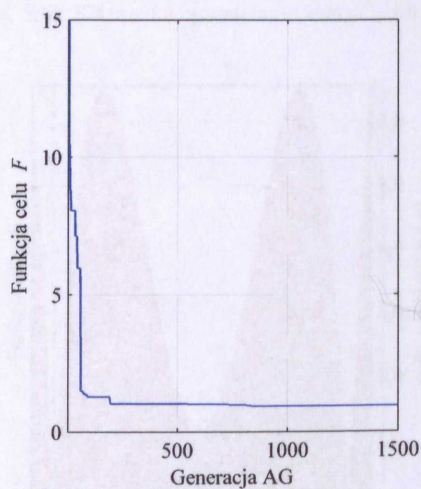
Rys. 3.62. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 55$ kA/m, bez warunku (3.16)



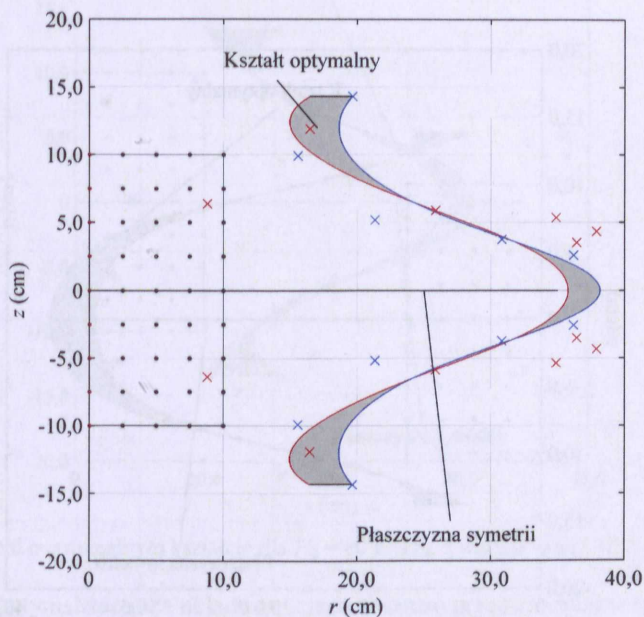
Rys. 3.63. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędów δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 70$ kA/m, bez warunku (3.16)



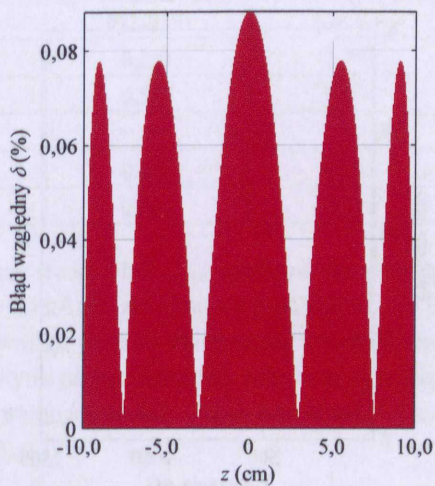
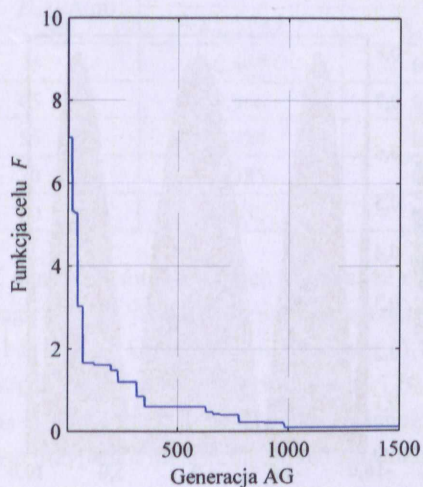
Rys. 3.64. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 70$ kA/m, bez warunku (3.16)



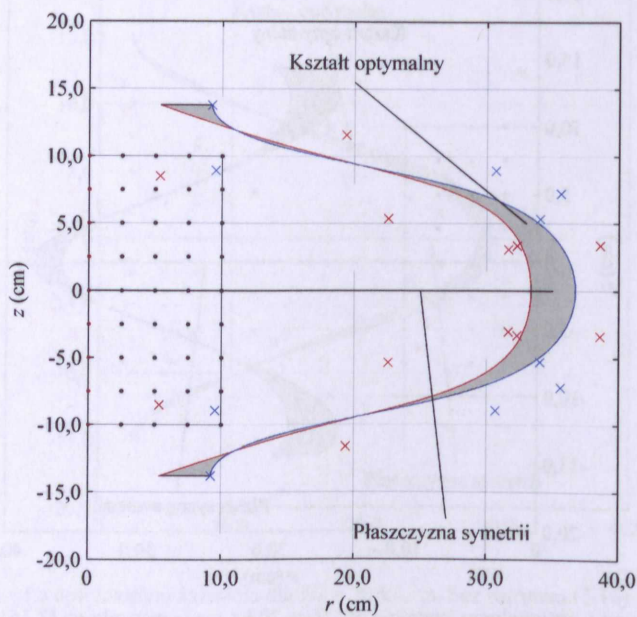
Rys. 3.65. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 70$ kA/m, z warunkiem (3.16)



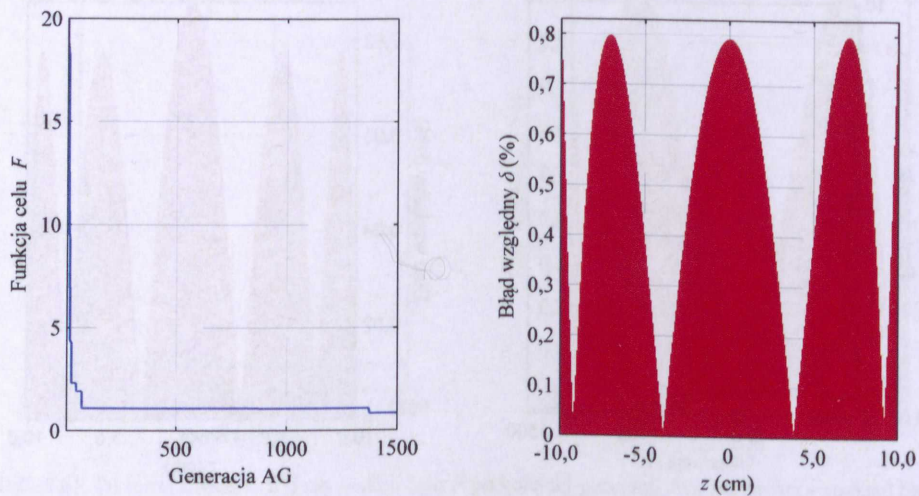
Rys. 3.66. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 70$ kA/m, z warunkiem (3.16)



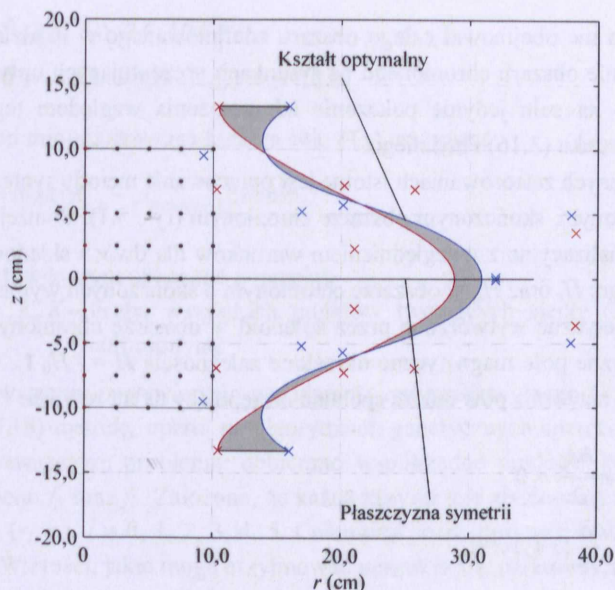
Rys. 3.67. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędów



Rys. 3.68. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 80$ kA/m, bez warunku (3.16)



Rys. 3.69. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błęd δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 80$ kA/m, z warunkiem (3.16)

Rys. 3.70. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 80$ kA/m, z warunkiem (3.16)

Wyniki optymalizacji dla układu trzeciego zbiorczo przedstawiono w tabeli 3.10.

Tabela 3.10. Wyniki optymalizacji

H_0 (kA/m)	Bez warunku (3.16)		Z warunkiem (3.16)	
	δ_{mean} (%)	δ_{max} (%)	δ_{mean} (%)	δ_{max} (%)
35	0,449	0,745	0,821	1,401
45	0,366	0,603	0,522	0,823
55	0,324	0,523	—	—
70	0,385	0,658	0,552	0,943
80	0,052	0,088	0,503	0,830

Z danych w niej zawartych wynika, że największy średni błąd δ_{mean} uzyskano dla wymaganego pola $H_0 = 35$ kA/m, a najmniejszy dla $H_0 = 80$ kA/m (zarówno z warunkiem (3.16) jak i bez niego). Uwzględnienie warunku (3.16) powoduje również zwiększenie wartości błędu względnego δ dla wszystkich wartości H_0 . Dla wymaganego natężenia pola magnetycznego $H_0 = 55$ kA/m otrzymany kształt solenoidu nie nachodzi na cały obszar chroniony, więc w tym przypadku nie uwzględniono warunku (3.16).

3.8. Synteza pola magnetycznego w obszarze skończonym – układ trzeci

Omawiane w poprzednich podrozdziałach zagadnienia optymalizacyjne dotyczyły syntezy pola magnetycznego wyłącznie na osi solenoidu. Przyjęty model matematyczny za-

gadnienia prostego nie obejmował całego obszaru zdefiniowanego w rozdziale 3.1. Dodatkowe przedstawienie obszaru chronionego na rysunkach prezentujących optymalne kształty solenoidów miało na celu jedynie pokazanie ich położenia względem tego obszaru po uwzględnieniu warunku (3.16) i bez niego.

W praktycznych zastosowaniach istotne jest opracowanie metody syntezy pola magnetycznego w określonym, skończonym obszarze chronionym (rys. 3.1). Poniżej sformułowano zagadnienie optymalizacyjne z uwzględnieniem warunków dla dwóch składowych natężenia pola magnetycznego: H_r oraz H_z , w obszarze chronionym o skończonych wymiarach.

Pole magnetyczne wytworzone przez solenoid w obszarze chronionym musi skompensować zewnętrzne pole magnetyczne określone zależnością $\mathbf{H} = -H_0 \mathbf{1}_z$. Oznacza to, że składowe wektora natężenia pola muszą spełniać następujący układ równań:

$$\begin{cases} H_r = \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} = 0 \\ H_z = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) = H_0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Warunki dla składowych pola magnetycznego określone wyrażeniem (3.23) można zdefiniować słownie następująco: znaleźć najlepszy wektor $\mathbf{x} = [\text{współrzędne punktów kontrolnych krzywych Béziera}]^T$ (rys. 3.52), który:

– minimalizuje moduł składowej radialnej wektora natężenia pola magnetycznego w obszarze chronionym: $|H_r(\mathbf{x})| = \min.$;

– minimalizuje moduł różnicy składowej osiowej wektora natężenia pola magnetycznego w obszarze chronionym i wymaganego pola magnetycznego: $|H_z(\mathbf{x}) - H_0| = \min.$

Z równań (3.23) wynika, że wektorowy potencjał magnetyczny $\mathbf{A} = A_0 \mathbf{1}_\varphi$ musi być funkcją tylko jednej zmiennej r , $A_0 = f(r)$. W rezultacie układ równań (3.23) przekształca się w następujące równanie różniczkowe:

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [r f(r)] = H_0 \quad (3.24)$$

Rozwiązaniem równania (3.24) jest funkcja określająca wymagany rozkład potencjału A_0 w obszarze chronionym:

$$A_0 = f(r) = \frac{\mu_0 H_0}{2} r \quad (3.25)$$

gdzie H_0 – wymagane pole magnetyczne w obszarze chronionym.

W procesie optymalizacji wektorowy potencjał magnetyczny obliczano w dyskretnych punktach należących do rozważanego obszaru chronionego. Siatkę dyskretnych punktów zdefiniowano następującymi wektorami współrzędnych r i z (w cm):

$$\begin{aligned} r &= [10^{-5} \ 2,5 \ 5,0 \ 7,5 \ 10,0] \\ z &= [-10,0 \ -7,5 \ -5,0 \ 0 \ 5,0 \ 7,5 \ 10,0] \end{aligned} \quad (3.26)$$

W konsekwencji minimalizowana funkcja celu $F(\mathbf{x})$ ma postać:

$$F(\mathbf{x}) = \max |A_{0,k} - A_{\text{obliczone},k}| = \min. \quad (3.27)$$

gdzie:

k – punkt, w którym obliczano potencjał,

$k = 1, \dots, K$, K – liczba wszystkich punktów tworzących siatkę (3.26) na obszarze chronionym.

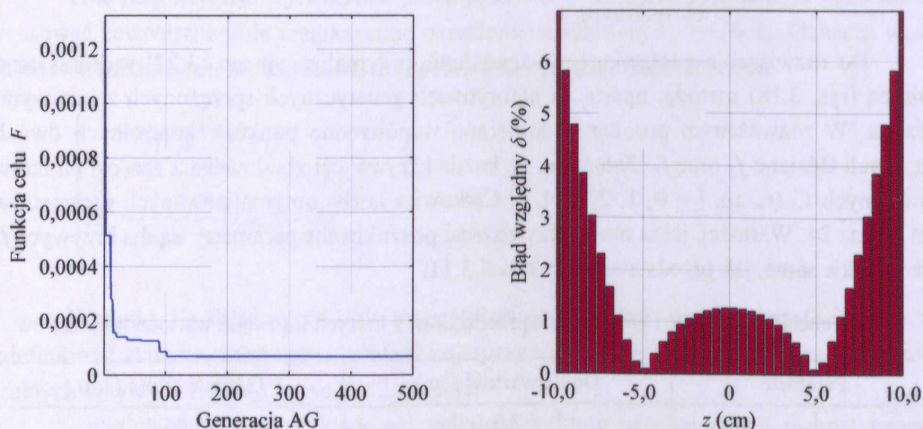
Do rozwiązania postawionego zagadnienia optymalizacyjnego (3.27) wykorzystano opisaną (rys. 3.18) metodę, opartą na algorytmach genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera. W rozważanym problemie dobierano współrzędne punktów kontrolnych dwóch krzywych Béziera: f_1 oraz f_2 . Założono, że każda krzywa jest zbudowana z sześciu punktów kontrolnych $C_i (r_i, z_i)$, $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Całkowita liczba optymalizowanych parametrów jest równa 24. Wartości, jakie mogą przyjmować poszukiwane parametry, są dla krzywych f_1 oraz f_2 takie same, jak przedstawione w tabeli 3.11.

Tabela 3.11. Dolne i górne końce przedziałów, z których losowano wartości parametrów

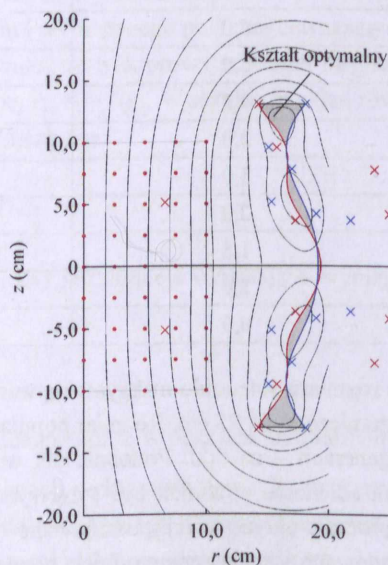
Parametr		Dolna wartość (cm)	Górna wartość (cm)
C_0	r_0	2,0	25,0
	z_0	7,5	15,0
C_1	r_1	2,0	25,0
	z_1	6,0	10,5
C_2	r_2	2,0	25,0
	z_2	4,5	9,0
C_3	r_3	2,0	25,0
	z_3	3,0	7,5
C_4	r_4	2,0	25,0
	z_4	1,5	6,0
C_5	r_5	2,0	25,0
	z_5	0,0	4,5

W celu ograniczenia rozmiaru solenoidu maksymalną wartość współrzędnej r każdego punktu kontrolnego C_i ograniczono do 25 cm. Rozmiar populacji w algorytmie ustawiono na 32, a całkowitą liczbę generacji – na 500. Podobnie jak w poprzednich układach założono, że optymalny kształt solenoidu powinien być symetryczny względem płaszczyzny $z = 0$. W związku z tym w procesie optymalizacji poszukiwano tylko górną część solenoidu (dla $z > 0$). Dolną część zbudowano jako lustrzane odbicie względem płaszczyzny symetrii. W obliczeniach przyjęto, że prąd I w uzwojeniu solenoidu jest równy 10 A (wyrażenia (3.3)

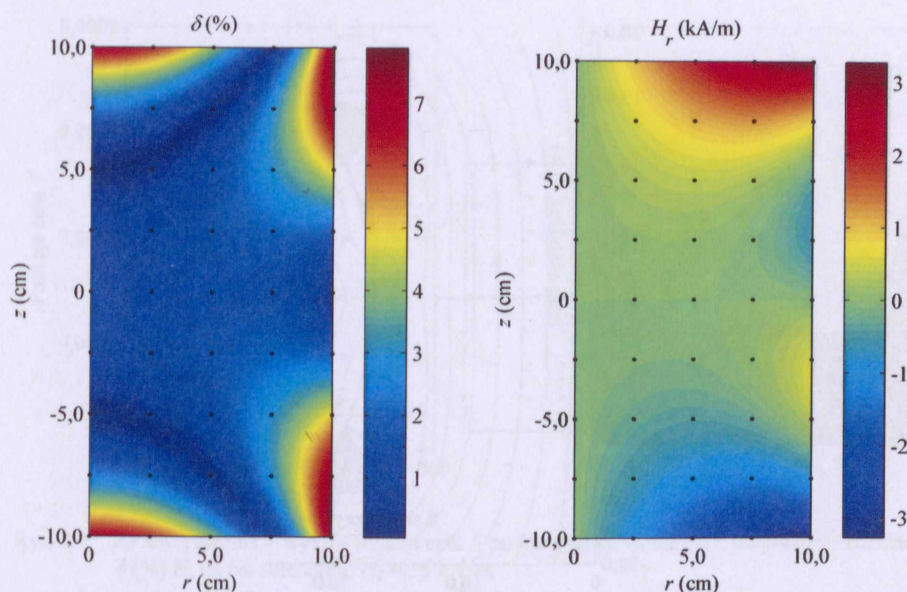
i (3.5)). Syntezy pola magnetycznego dokonano dla pięciu wartości wymaganego natężenia pola H_0 (równego odpowiednio 35 kA/m, 45 kA/m, 55 kA/m, 70 kA/m, 85 kA/m). Komplet wyników dla każdej przyjętej wartości pola H_0 przedstawiono na trzech rysunkach. Na przykład, dla $H_0 = 35$ kA/m na rysunku 3.71 po lewej stronie przedstawiono wykres wartości funkcji celu F po kolejnych generacjach AG, a po prawej – rozkład błędu względnego δ na osi solenoidu dla minimalnej wartości funkcji celu F . Na rysunku 3.72 przedstawiono optymalny kształt solenoidu z punktami krzywej Béziera. Rozkład błędu względnego δ oraz rozkład składowej radialnej pola magnetycznego H_r w całym obszarze chronionym przedstawiono na rysunku 3.73.



Rys. 3.71. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędów δ (%) H_z na osi solenoidu; $H_0 = 35$ kA/m

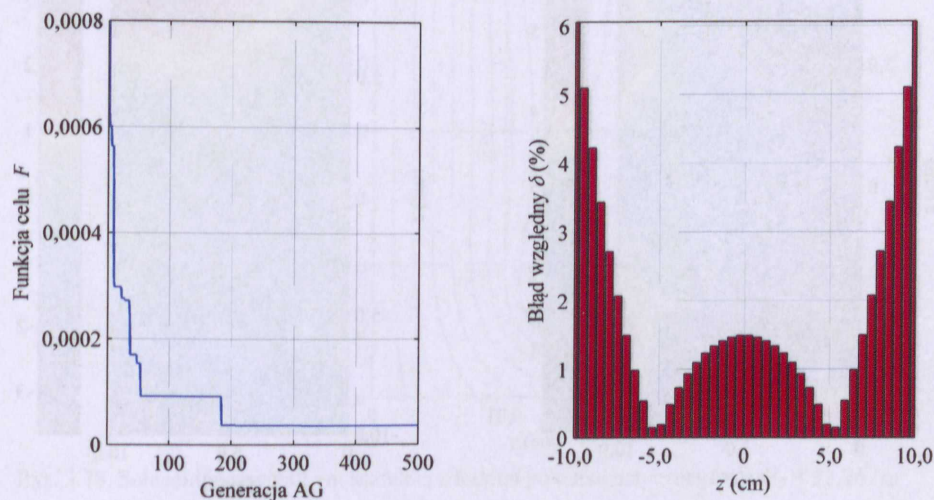


Rys. 3.72. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 35$ kA/m

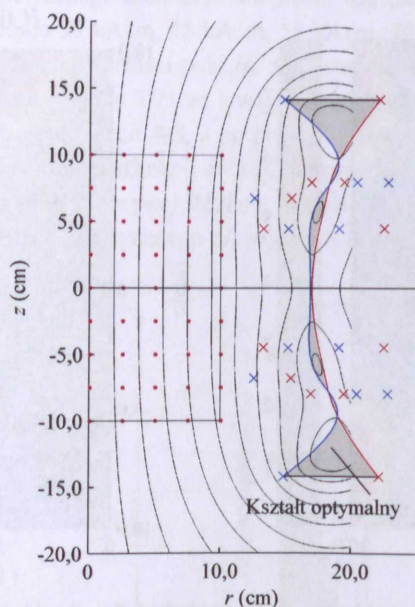


Rys. 3.73. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu $\delta(\%)$ dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 35$ kA/m

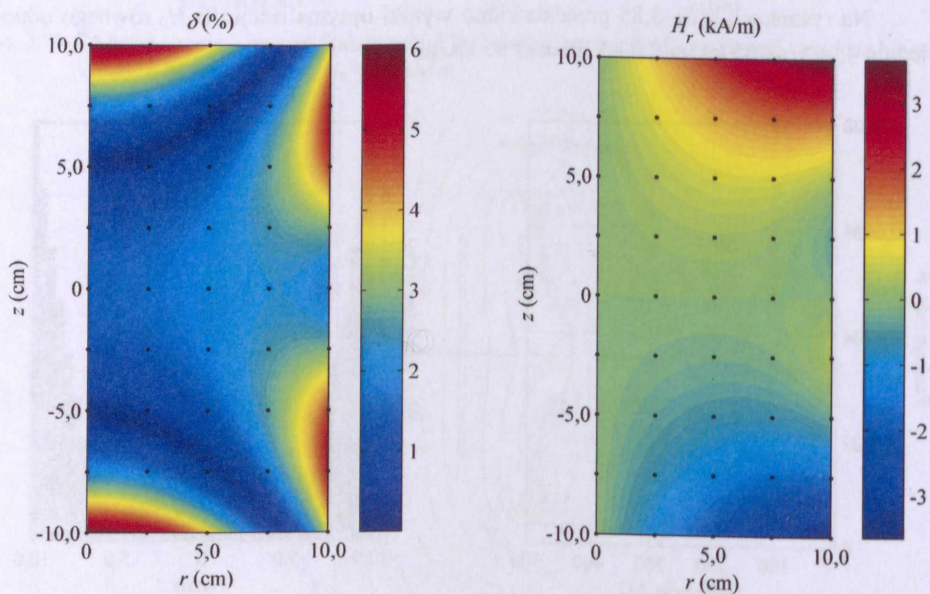
Na rysunkach 3.74–3.85 przedstawiono wyniki optymalizacji dla H_0 równego odpowiednio 45 kA/m, 55 kA/m, 70 kA/m oraz 85 kA/m.



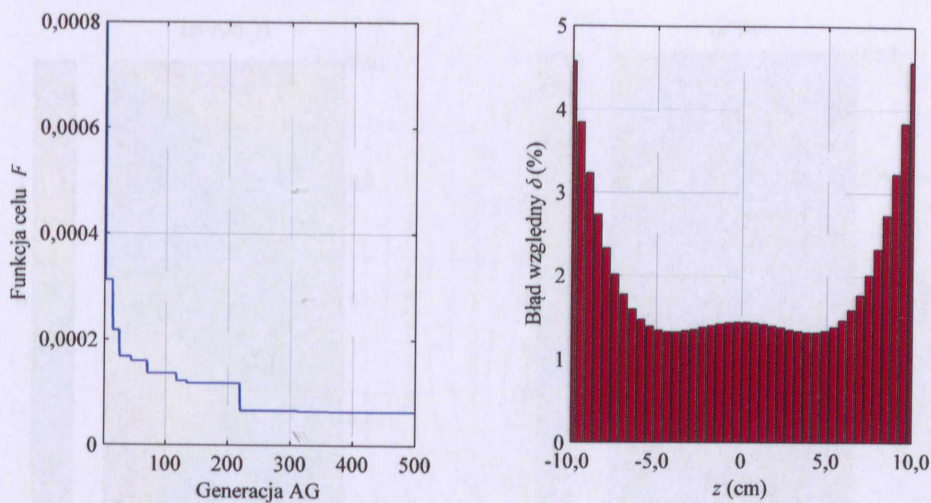
Rys. 3.74. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu $\delta(\%)$ H_z na osi solenoidu; $H_0 = 45$ kA/m



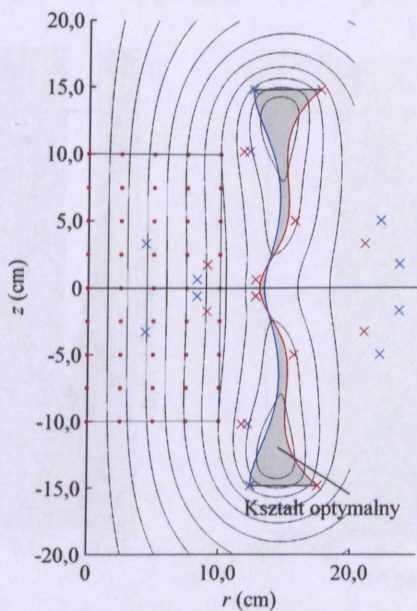
Rys. 3.75. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 45$ kA/m



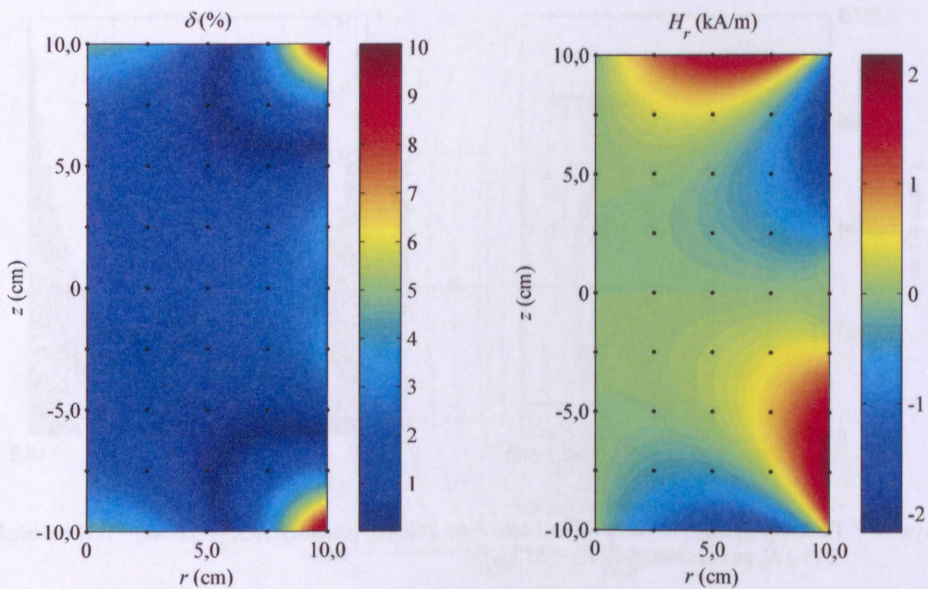
Rys. 3.76. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu δ (%) dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 45$ kA/m



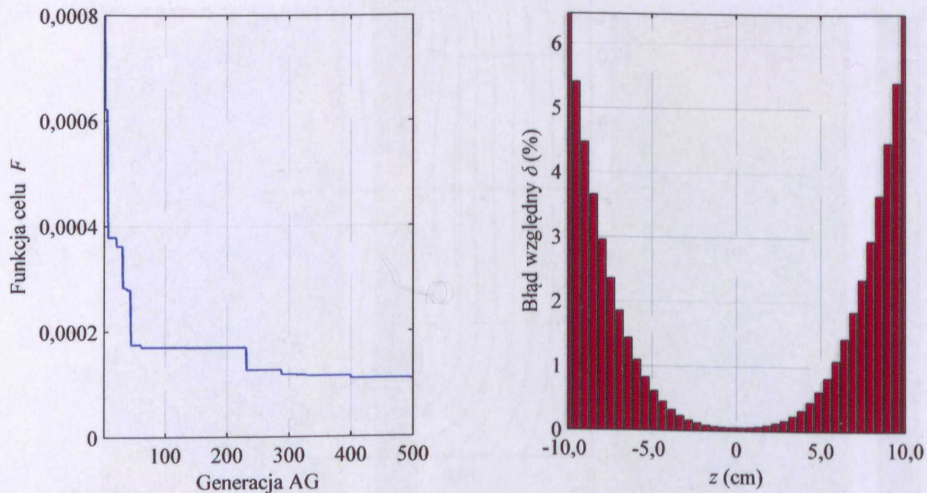
Rys. 3.77. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) H_z na osi solenoidu; $H_0 = 55$ kA/m



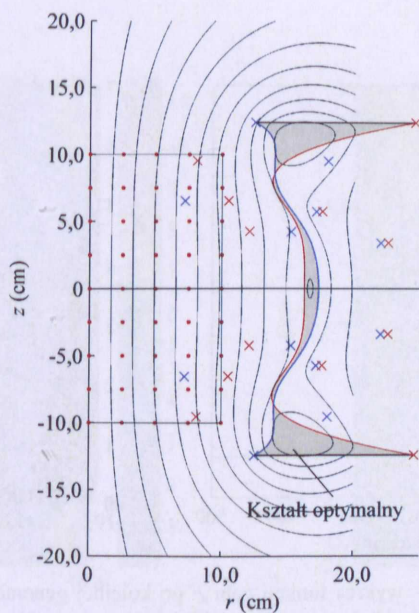
Rys. 3.78. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 55$ kA/m



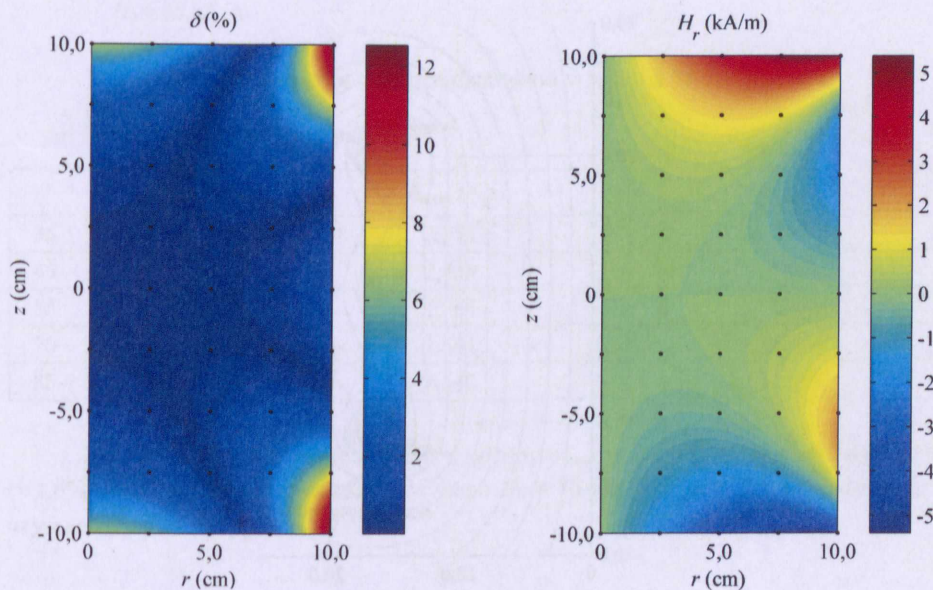
Rys. 3.79. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu δ (%) dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 55$ kA/m



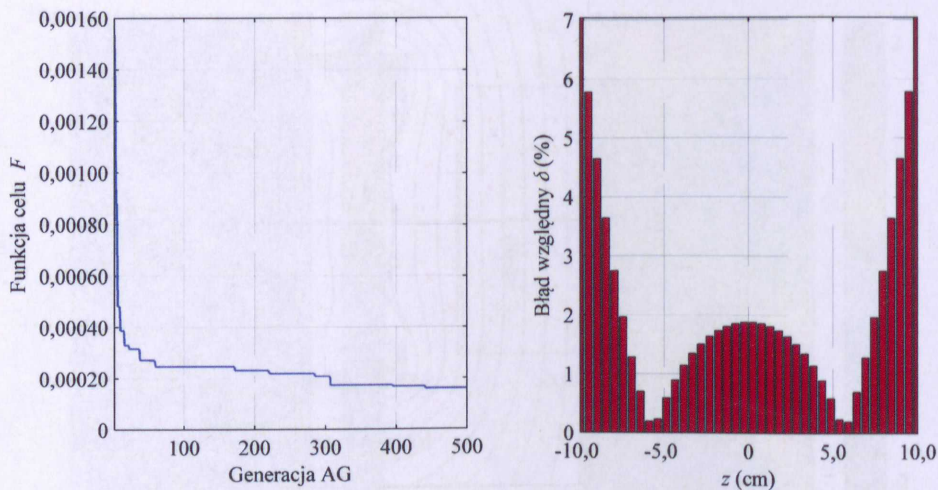
Rys. 3.80. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) H_z na osi solenoidu; $H_0 = 70$ kA/m



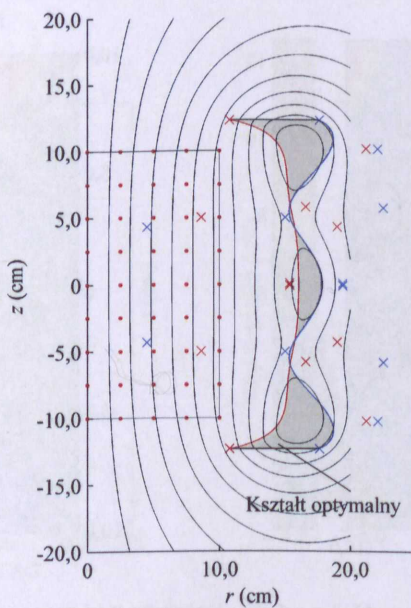
Rys. 3.81. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 70$ kA/m



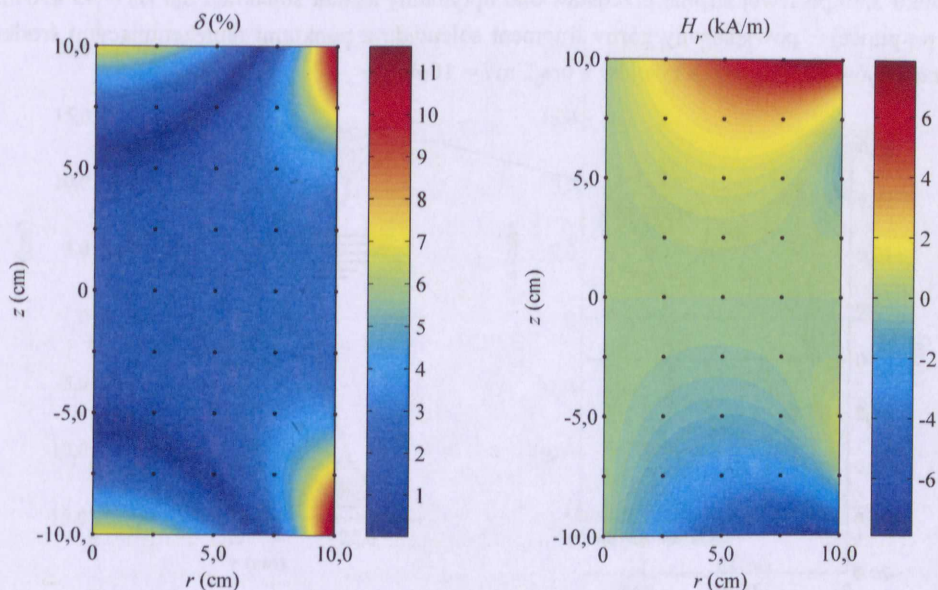
Rys. 3.82. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu δ (%) dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 70$ kA/m



Rys. 3.83. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) H_z na osi solenoidu; $H_0 = 85$ kA/m



Rys. 3.84. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 85$ kA/m



Rys. 3.85. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu δ (%) dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 85$ kA/m

Wyniki optymalizacji zbiorczo przedstawiono w tabeli 3.12.

Tabela 3.12. Wyniki optymalizacji

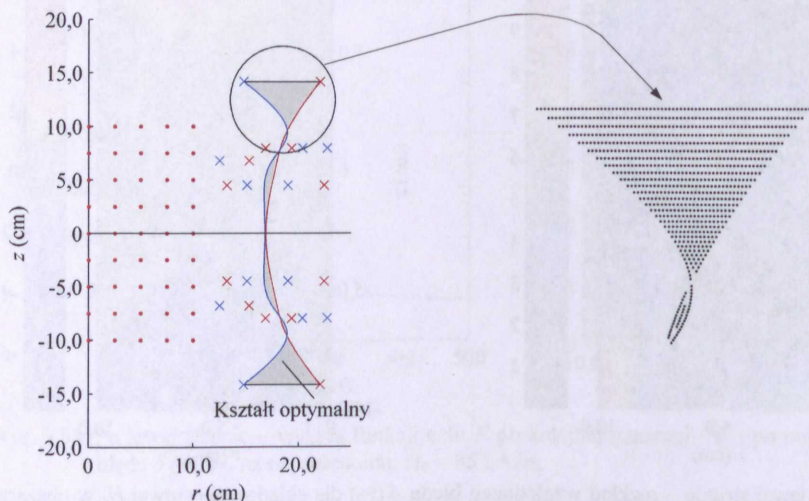
H_0 (kA/m)	δ_{mean} (%)	δ_{max} (%)
35	2,221	7,882
45	2,439	6,078
55	1,769	10,074
70	1,601	12,540
85	2,642	11,590

Z obliczeń wynika, że średni błąd względny δ_{mean} w całym obszarze jest najmniejszy ($\approx 1,6\%$) dla wymaganego pola magnetycznego $H_0 = 70$ kA/m, a największy (powyżej $2,6\%$) uzyskano dla pola $H_0 = 85$ kA/m.

3.9. Wykonanie ekranu aktywnego

Jak wspomniano, obliczenia przeprowadzono dla przykładowej wartości prądu I w uzwojeniu solenoidu równej 10 A. Przyjęcie pola przekroju poprzecznego pojedynczego zwoju równego 1 mm^2 odpowiada stałej gęstości prądu w solenoidzie $J = 10 \text{ A/mm}^2$. Na ry-

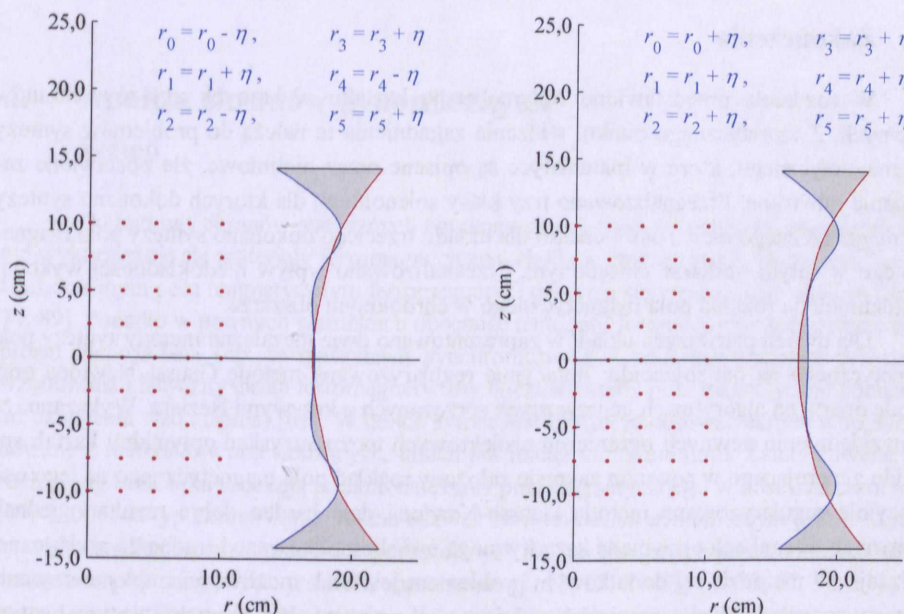
sunku 3.86 po lewej stronie przedstawiono optymalny kształt solenoidu dla $H_0 = 45$ kA/m, a po prawej – powiększony górny fragment solenoidu z punktami reprezentującymi środki przekrojów poprzecznych z prądem $I = 10$ A.



Rys. 3.86. Po lewej stronie – solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 45$ kA/m; po prawej – powiększona górna część solenoidu; czarne punkty to środki przewodów z prądem $I = 10$ A

3.10. Wpływ niedokładności wykonania ekranu aktywnego na rozkład pola magnetycznego

W tym podrozdziale przeanalizowano wpływ dokładności wykonania solenoidu na rozkład pola magnetycznego w obszarze chronionym. Do obliczeń wybrano kształt solenoidu uzyskany dla przykładowego, wymaganego pola magnetycznego $H_0 = 45$ kA/m (rys. 3.75). Symulację niedokładności wykonania solenoidu wykonano w taki sposób, że optymalne wartości współrzędnych r punktów kontrolnych jednej z krzywych Béziera tworzących solenoid zmieniano o wartość η równą 5%. Rozważono dwa przypadki. W pierwszym zmiany te były losowe, czyli wartości jednych współrzędnych zwiększono o η , a innych zmniejszono (rys. 3.87 po lewej stronie). W drugim przypadku wszystkie wartości współrzędnych r punktów kontrolnych zwiększono o wartość η (rys. 3.87 po prawej stronie).



Rys. 3.87. Po lewej – kształt solenoidu, dla którego wartości współrzędnych r punktów kontrolnych krzywej Béziera zmieniono losowo o wartość η w stosunku do optymalnego kształtu uzyskanego dla $H_0 = 45$ kA/m; po prawej – kształt solenoidu, dla którego wartości współrzędnych r punktów kontrolnych krzywej Béziera zwiększono o wartość η w stosunku do optymalnego kształtu, uzyskanego dla $H_0 = 45$ kA/m

Wyniki prezentujące wpływ niedokładności wykonania solenoidu na błąd względny δ (%) sumarycznie przedstawiono w tabeli 3.13.

Tabela 3.13. Wpływ niedokładności wykonania solenoidu na względny błąd δ

	Kształt optymalny (rys. 3.75, dla $H_0 = 45$ kA/m)	Kształt przykładowy (rys. 3.87 po lewej stronie)	Kształt przykładowy (rys. 3.87 po prawej stronie)
Błąd minimalny $\delta_{\min}$ (%)	0,10	0,24	0,97
Błąd maksymalny $\delta_{\max}$ (%)	6,08	6,29	11,86
Błąd średni δ_{mean} (%)	2,44	2,52	6,07
Błąd medianowy δ_{median} (%)	1,87	2,10	6,37

Z przeprowadzonej symulacji wynika, że najmniejszy błąd średni $\delta_{\text{mean}} = 2,52\%$ uzyskano dla kształtu solenoidu przedstawionego na rysunku 3.87 po lewej stronie i jest on większy o 0,08 od błędu średniego uzyskanego dla optymalnego kształtu z rysunku 3.75.

Zakończenie

W rozdziale przedstawiono optymalizację kształtu wybranych układów ekranów aktywnych. Z teoretycznego punktu widzenia zagadnienia te należą do problemów syntezy pola magnetycznego, które w matematyce są opisane przez nieliniowe, źle postawione zagadnienia odwrotne. Przeanalizowano trzy klasy solenoidów, dla których dokonano syntezy pola magnetycznego na ich osi. Ponadto dla układu trzeciego dokonano syntezy pola magnetycznego w całym obszarze chronionym. Przeanalizowano wpływ niedokładności wykonania solenoidu na rozkład pola magnetycznego w chronionym obszarze.

Dla dwóch pierwszych układów zaprezentowano dwie niezależne metody syntezy pola magnetycznego na osi solenoidu: iteracyjnie regularyzowaną metodę Gaussa-Newtona oraz metodę opartą na algorytmach genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera. Wykazano, że po uwzględnieniu pewnych ograniczeń projektowych można uzyskać optymalny kształt solenoidu generującego w pewnym zakresie założony rozkład pola magnetycznego na jego osi. Iteracyjnie regularyzowana metoda Gaussa-Newtona daje bardzo dobre rezultaty, jednak w pewnych warunkach otrzymane kształty mogą być skomplikowane i trudne do praktycznej realizacji. W metodzie tej dodatkowym problemem jest brak możliwości implementowania w prosty sposób różnych ograniczeń projektowych związanych z geometrią optymalizowanej struktury solenoidu. Wymaga ona także precyzyjnego ustawienia parametrów startowych, projektowych i odpowiedniego doboru wartości współczynnika regularyzacji. Ograniczeń tych pozbawiona jest druga z zaproponowanych metod, która opiera się na wykorzystaniu algorytmów genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera. Pozwala ona na łatwe zaimplementowanie różnych warunków i ograniczeń, a otrzymane wyniki są porównywalne z rezultatami otrzymanymi w iteracyjnie regularyzowanej metodzie Gaussa-Newtona.

W trzecim układzie zarówno wewnętrzną jak i zewnętrzną powierzchnię generowaną z obrotu dwóch krzywych Béziera wokół osi symetrii. Przedstawiono syntezę pola magnetycznego na osi solenoidu. Zagadnienie optymalizacyjne rozszerzono na obszar skończony, gdzie minimalizowaną funkcję celu przedstawiono za pomocą wektorowego potencjału magnetycznego.

4. Analiza ekranów dynamicznych

Wstęp

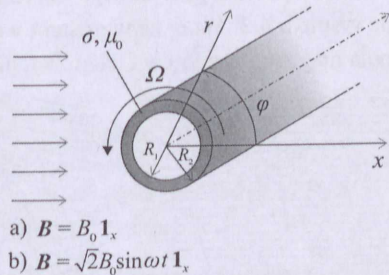
Do budowy ekranów statycznych i zmiennych w czasie pól magnetycznych powszechnie wykorzystuje się materiały ferromagnetyczne, choć nie zawsze jest to skuteczne. Na przykład, w silnym polu magnetycznym ferromagnetyki nasycają się i tracą swoje właściwości [27, 74, 89]. Ponadto w pewnych warunkach obecność materiału ferromagnetycznego może być po prostu niepożądana (np. w maszynach synchronicznych z nadprzewodzącym uzwojeniem wzbudzenia klasyczny ekran ferromagnetyczny bocznikowałby pole magnetyczne pochodzące od uzwojenia wzbudzenia) [61]. W takich sytuacjach można zastosować ekrany wirujące zbudowane z materiałów przewodzących, takich jak miedź lub aluminium. Zaindukowane przez ruch prądu Foucaulta redukują poziom natężenia pola magnetycznego w obszarze chronionym [79, 180]. Ten typ ekranowania można nazwać *ekranowaniem dynamicznym* [180]. Mimo że zjawisko indukowania się prądów w poruszających się lub wirujących przewodnikach umieszczonych w polu magnetycznym jest dobrze znane [8, 12, 13, 31–33, 61, 70, 82, 92, 111, 151], to tego typu ekranowanie dotychczas nie było szeroko dyskutowane w literaturze.

W rozdziale tym przedstawiono analizę skuteczności ekranowania przewodzących i obracających się ekranów cylindrycznych, umieszczonych w poprzecznym polu magnetycznym. Dla nieskończonego długiego ekranu cylindrycznego zaprezentowano rozwiązanie analityczne oraz zależności uproszczone dla małej i dużej wartości parametru odpowiadającego magnetycznej liczbie Reynoldsa. Zbadano wpływ częstotliwości pola zewnętrznego i prędkości obrotowej ekranu na skuteczność ekranowania. Ponadto zaprezentowano uogólnione zależności dla wirujących ekranów ferromagnetycznych.

4.1. Wirujący ekran w statycznym polu magnetycznym

Rozważmy nieskończonego długości ekran cylindryczny o konduktywności σ oraz wewnętrznym promieniu R_1 i zewnętrznym promieniu R_2 , wirujący ze stałą prędkością kątową Ω w statycznym polu magnetycznym $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{1}_x$ (rys. 4.1 przypadek a). Przyjęto, że obszar chroniony znajduje się wewnątrz ekranu ($r < R_1$).

Pole magnetyczne w otoczeniu ekranu i w samym ekranie może być wyrażone wektorowym potencjałem magnetycznym $\mathbf{A}$. Biorąc pod uwagę, że rozważany jest układ o symetrii płaskorównoległej, wektorowy potencjał magnetyczny $\mathbf{A}$ ma jedną składową osiową zależną od współrzędnych cylindrycznych r oraz φ , $\mathbf{A} = A(r, \varphi) \mathbf{1}_z$. Dla statycznego, zewnętrznego pola magnetycznego równania wektorowego potencjału magnetycznego (1.6) mają postać [33]:



Rys. 4.1. Cylindryczny ekran wirujący w poprzecznym: a) statycznym, b) sinusoidalnie zmiennym polu magnetycznym

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} = \begin{cases} 0, & r \leq R_1 \\ \mu_0 \sigma \Omega \frac{\partial A}{\partial \varphi}, & R_1 \leq r \leq R_2 \\ 0, & r \geq R_2 \end{cases} \quad (4.1)$$

Z okresowości względem współrzędnej φ wektorowy potencjał $A(r, \varphi)$ można wyrazić jako:

$$A(r, \varphi) = \Im m \{ \underline{A}(r) \exp(j\varphi) \} \quad (4.2)$$

Stosując metodę rozdzielania zmiennych i warunki ciągłości, otrzymano:

$$\underline{A}(r) = \begin{cases} \underline{a} r, & r \leq R_1 \\ \underline{b} I_1[(1+j) r / \delta_\Omega] + \underline{c} K_1[(1+j) r / \delta_\Omega], & R_1 \leq r \leq R_2 \\ B_0 r + \underline{d} r^{-1}, & r \geq R_2 \end{cases} \quad (4.3)$$

gdzie:

$\delta_\Omega = \sqrt{2/\Omega\mu_0\sigma}$ – zastępcza głębokość wnikania,

$I_1[\cdot]$, $K_1[\cdot]$ – odpowiednio zmodyfikowane funkcje Bessela pierwszego i drugiego rodzaju, rzędu pierwszego, a stałe $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$, $\underline{d}$ wyrażono jako:

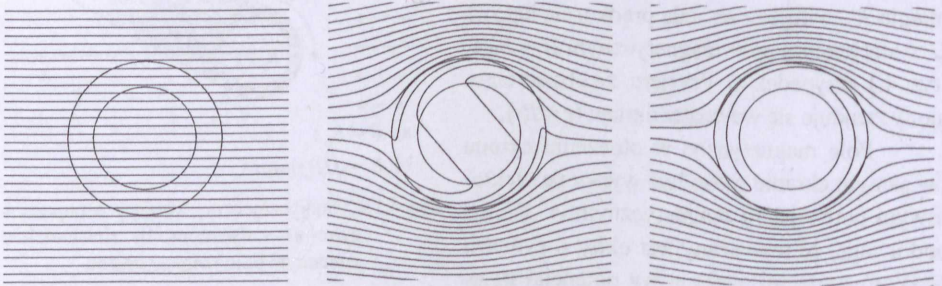
$$\begin{aligned} \underline{a} &= 2B_0 \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\underline{M}}; \underline{b} = \frac{2B_0 R_2 \underline{x}_1 K_2(\underline{x}_1)}{\underline{M}}; \underline{c} = \frac{2B_0 R_2 \underline{x}_1 I_2(\underline{x}_1)}{\underline{M}} \\ \underline{d} &= B_0 R_2^2 \left[2\underline{x}_1 \frac{I_1(\underline{x}_2) K_2(\underline{x}_1) + K_1(\underline{x}_2) I_2(\underline{x}_1)}{\underline{M}} - 1 \right] \\ \underline{M} &= \underline{x}_1 \underline{x}_2 [K_2(\underline{x}_1) I_0(\underline{x}_2) - I_2(\underline{x}_1) K_0(\underline{x}_2)]; \underline{x}_i = (1+j) R_i / \delta_\Omega \end{aligned} \quad (4.4)$$

gdzie:

$i = 1, 2$,

$I_0(\cdot)$, $I_2(\cdot)$, $K_0(\cdot)$, $K_2(\cdot)$ – zmodyfikowane funkcje Bessela.

Linie pola magnetycznego dla różnych wartości prędkości kątowej Ω ekranu pokazano na rysunku 4.2. Wraz ze wzrostem wartości prędkości Ω zwiększa się zniekształcenie linii pola magnetycznego i w efekcie widoczne jest wypychanie pola z obszaru chronionego.



Rys. 4.2. Zniekształcenie i wypychanie jednorodnego pola magnetycznego przez przewodzący ekran cylindryczny wirujący z prędkością kątową (odpowiednio od lewej) $\Omega = 0$ rad/s, 40π rad/s, 80π rad/s; $R_1 = 5$ cm, $R_2 - R_1 = 2,5$ cm, $\sigma = 5,99 \cdot 10^7$ S/m

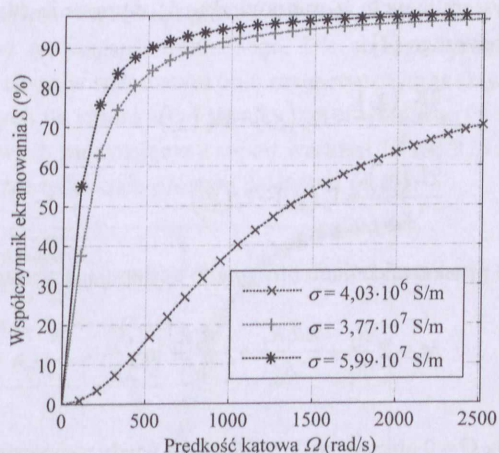
Współczynnik ekranowania S określono zgodnie z zależnością (1.7) i uwzględnieniem zależności wiążącej wektor indukcji magnetycznej z wektorem natężenia pola magnetycznego $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ (założono środowiska liniowe i izotropowe). Współczynnik ekranowania S jest na ogół funkcją punktu, w którym jest obliczany. Wewnątrz ekranu (dla $r < R_1$) rozwiązanie (4.3) opisuje jednorodne pole magnetyczne, którego wartość i kierunek zależą od prędkości kątowej Ω . Składowe wektora indukcji magnetycznej B_r , B_φ wewnątrz ekranu oraz całkowitą indukcję pola magnetycznego B_i obliczano z następujących zależności:

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \varphi} = 2B_0 \frac{R_2}{R_1} \Im m \left\{ \frac{j \exp(j\varphi)}{\underline{M}} \right\} \\ B_\varphi &= -\frac{\partial A}{\partial r} = -2B_0 \frac{R_2}{R_1} \Im m \left\{ \frac{\exp(j\varphi)}{\underline{M}} \right\} \\ B_i &= \sqrt{B_r^2 + B_\varphi^2} = 2B_0 \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{|\underline{M}|} = |a| \end{aligned} \quad (4.5)$$

Ostatecznie współczynnik ekranowania S określono następująco:

$$S(\%) = \left(1 - \frac{|a|}{B_0} \right) 100 \quad (4.6)$$

Na rysunku 4.3 przedstawiono współczynnik ekranowania w funkcji prędkości kątowej Ω dla różnych wartości konduktywności σ . Oczywiście, w przypadku ekranu nieruchomego ($\Omega = 0$) współczynnik ekranowania S jest równy zero. Współczesne silniki elektryczne osiągają 400 obrotów na sekundę, co odpowiada prędkości kątowej równej około 2500 rad/s [170]. Na wykresie 4.3 wartość tę przyjęto jako maksymalną prędkość kątową ekranu.



Rys. 4.3. Wykres współczynnika ekranowania S w funkcji prędkości kątowej Ω dla różnych konduktywności σ , $R_1 = 5$ cm, $R_2 - R_1 = 5$ mm

4.1.1. Zachowanie się współczynnika ekranowania dla małych wartości liczby Reynoldsa

Postać współczynnika ekranowania S (4.6) zawiera funkcje Bessela, których obliczenie może być czasem kłopotliwe. Zastosowanie asymptotycznych rozwinięć funkcji Bessela dla dużych i małych argumentów umożliwia wyprowadzenie przybliżonych zależności dla współczynnika ekranowania S z wykorzystaniem jedynie funkcji podstawowych.

Na początku rozważono przypadek, w którym przewodzący ekran wiruje w statycznym polu magnetycznym z małą prędkością kątową Ω w porównaniu z $2/(\mu_0 \sigma R_2^2)$, co oznacza małą wartość parametru R_2/δ_Ω w porównaniu z jednością (słaby efekt naskórkowości). Na przykład dla miedzi warunek $R_2/\delta_\Omega = 1$ oznacza $\Omega \cong 0,03/R_2^2$ rad/s. Wielkość $(R_2/\delta_\Omega)^2$ odpowiada magnetycznej liczbie Reynoldsa w magnetohydrodynamice i jest współczynnikiem określającym wpływ ruchu obrotowego ekranu na pole magnetyczne. Uprozczone zależności dla wektorowego potencjału magnetycznego, a następnie dla współczynnika ekranowania S mogą być wyprowadzone z uwzględnieniem przybliżenia funkcji Bessela dla małych argumentów [1, 95]:

$$I_n(z) \approx \frac{z^n}{2^n \Gamma(n+1)}, K_0(z) \approx -\ln z, K_n(z) \approx \frac{2^n \Gamma(n)}{2z^n} \quad (4.7)$$

gdzie:

n – ustalone,

$z \rightarrow 0$,

$\Gamma(\cdot)$ – funkcja gamma.

Możliwe są różne przybliżenia. Użyteczne jest wyrażenie funkcji Bessela drugiego rzędu, występujących w mianowniku $\underline{M}$ wyrażenia (4.4), przez funkcje rzędu zerowego oraz pierwszego [1]:

$$\begin{aligned} \frac{2K_1(\underline{x}_i)}{\underline{x}_i} &= K_2(\underline{x}_i) - K_0(\underline{x}_i) \\ \frac{2I_1(\underline{x}_i)}{\underline{x}_i} &= I_0(\underline{x}_i) - I_2(\underline{x}_i) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Po przekształceniach otrzymano następującą postać mianownika $\underline{M}$:

$$\underline{M} \cong 2 \frac{R_2}{R_1} + \frac{\pi R_1 R_2}{2 \delta_\Omega^2} + j \frac{R_1 R_2}{\delta_\Omega^2} \ln \frac{\delta_\Omega^2}{2 R_1^2} \quad (4.9)$$

Dla $\Omega = 0$ otrzymano $\underline{M} = 2R_2/R_1$, a wtedy współczynnik ekranowania $S = 0$, jak oczekiwano.

4.1.2. Zachowanie się współczynnika ekranowania dla dużych wartości liczby Reynoldsa

Silne zjawisko naskórkowości oznacza, że prędkość kątowa Ω jest wystarczająco duża i spełniony jest warunek $R_1/\delta_\Omega \gg 1$. Asymptotyczne rozwinięcia funkcji Bessela dla dużych argumentów przedstawiają się następująco (n jest ustalone, a z – duże) [1]:

$$I_n(z) \approx \frac{\exp(z)}{\sqrt{2\pi z}} \left(1 - \frac{4n^2 - 1}{8z} + \dots \right)$$

$$K_n(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} \exp(-z) \left(1 + \frac{4n^2 - 1}{8z} + \dots \right)$$
(4.10)

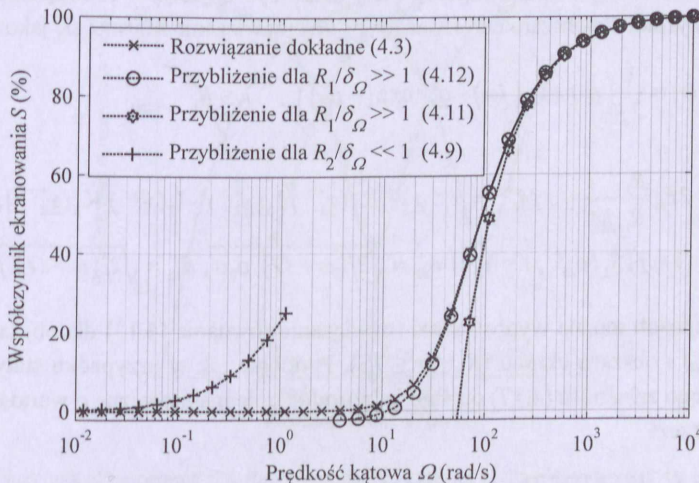
Wykorzystując rozwinięcia (4.10), otrzymano następujące postacie mianownika $\underline{M}$ w wyrażeniach (4.4):

$$|\underline{M}|^2 \cong \frac{2R_1 R_2}{\delta_\Omega^2} \left(\sinh^2 \frac{h}{\delta_\Omega} + \sin^2 \frac{h}{\delta_\Omega} \right), \quad h = R_2 - R_1$$
(4.11)

$$|\underline{M}|^2 \cong \frac{2R_1 R_2}{\delta_\Omega^2} \left(\sinh^2 \frac{h}{\delta_\Omega} + \sin^2 \frac{h}{\delta_\Omega} \right) +$$

$$+ \frac{4R_2}{R_1} \left(\sinh^2 \frac{h}{\delta_\Omega} + \cos^2 \frac{h}{\delta_\Omega} \right) + \frac{2R_2}{\delta_\Omega} \left(\sinh \frac{2h}{\delta_\Omega} - \sin \frac{2h}{\delta_\Omega} \right)$$
(4.12)

Na rysunku 4.4 przedstawiono porównanie dokładnego współczynnika ekranowania (4.3) z trzema wyrażeniami przybliżonymi: (4.9), (4.11) i (4.12), w funkcji prędkości kątowej Ω . Przybliżenie (4.9) jest dobre dla bardzo małych wartości prędkości kątowej Ω , natomiast dla wartości większych wyraźnie odbiega od rozwiązania dokładnego. Dla słabego zjawiska naskórkowości wirujący niemagnetyczny ekran w statycznym polu magnetycznym praktycznie nie działa. Z wykresów zamieszczonych na rysunku 4.4 wynika, że przybliżenie (4.12) jest całkiem dobre już dla prędkości kątowych zaczynających się od wartości 10 rad/s, a dla większych niż 100 rad/s można stosować zdecydowanie prostszą zależność (4.11).



Rys. 4.4. Porównanie wyrażeń dokładnego i przybliżonych na współczynnik ekranowania S w funkcji prędkości kątowej Ω , $R_1 = 10$ cm, $h = 5$ mm, $\sigma = 5,99 \cdot 10^7$ S/m

4.2. Wirujący ekran w sinusoidalnie zmiennym polu magnetycznym

Okazuje się, że po modyfikacjach rozwiązanie (4.3) można łatwo zastosować do ekranu wirującego w sinusoidalnie zmiennym polu magnetycznym. Wówczas (rys. 4.1 b) układ równań (1.6), który spełnia wektorowy potencjał magnetyczny A , ma następującą postać:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} = \begin{cases} 0, & r \leq R_1 \\ \mu_0 \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \Omega \frac{\partial A}{\partial \varphi} \right), & R_1 \leq r \leq R_2 \\ 0, & r \geq R_2 \end{cases} \quad (4.13)$$

Założono, że rozwiązanie układu (4.13) ma postać:

$$A(r, \varphi, t) = \Im m \left\{ \sqrt{2} \underline{A}(r, \varphi) \exp(j\omega t) \right\} \quad (4.14)$$

Współczynnik $\exp(j\omega t)$ jest dalej pomijany, natomiast funkcję $\underline{A}(r, \varphi)$ wyrażono następująco:

$$\underline{A}(r, \varphi) = \frac{1}{2j} \left[\underline{A}^+(r) \exp(j\varphi) - \underline{A}^-(r) \exp(-j\varphi) \right] \quad (4.15)$$

Dla przypadku ekranu nieruchomego ($\underline{A}^+(r) = \underline{A}^-(r) = \underline{A}(r)$) otrzymano klasyczne zagadnienie ekranowania elektromagnetycznego, gdzie rozwiązanie $\underline{A}(r, \varphi)$ jest przewidywane w następującej postaci [82]:

$$\underline{A}(r, \varphi) = \underline{A}(r) \sin \varphi \quad (4.16)$$

Łatwo zauważyć, że rozwiązanie (4.3) może być użyte jako rozwiązanie zagadnienia (4.13). Na przykład, dla obszaru chronionego ($r \leq R_1$) rozwiązanie zapisuje się jako:

$$\underline{A}(r, \varphi) = \frac{1}{2j} \left[\underline{a}^+ r \exp(j\varphi) - \underline{a}^- r \exp(-j\varphi) \right], \quad r \leq R_1 \quad (4.17)$$

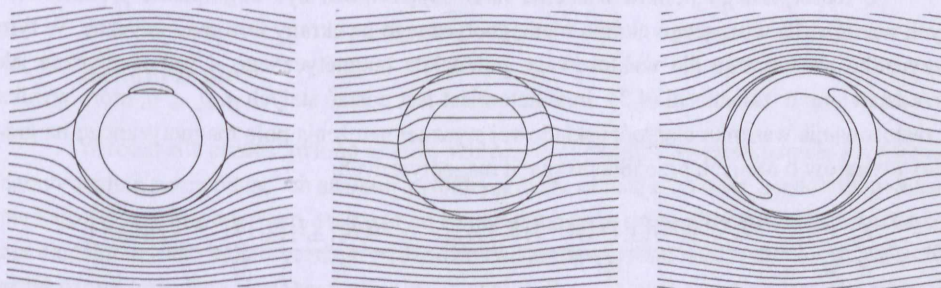
gdzie:

$$\begin{aligned} \underline{a}^{+,-} &= 2B_0 \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\underline{M}^{+,-}}, \quad \underline{M}^{+,-} = \underline{x}_1^{+,-} \underline{x}_2^{+,-} [K_2(\underline{x}_1^{+,-}) I_0(\underline{x}_2^{+,-}) - I_2(\underline{x}_1^{+,-}) K_0(\underline{x}_2^{+,-})], \\ \underline{x}_i^{+,-} &= (1+j) R_i / \delta_\Omega^{+,-}, \quad i = 1, 2; \quad \delta_\Omega^+ = \sqrt{2/(\omega + \Omega)} \mu_0 \sigma, \quad \delta_\Omega^- = \sqrt{2/(\omega - \Omega)} \mu_0 \sigma. \end{aligned}$$

W ten sam sposób można wyprowadzić rozwiązanie równania (4.13) dla obszaru zewnętrznego ($r \geq R_2$) i obszaru ekranu ($R_1 \leq r \leq R_2$). Podobnie jak w przypadku statycznego pola magnetycznego zależność (4.17) opisuje jednorodne pole magnetyczne o wartości skutecznej określonej przez:

$$B_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{|\underline{a}^+|^2 + |\underline{a}^-|^2} \quad (4.18)$$

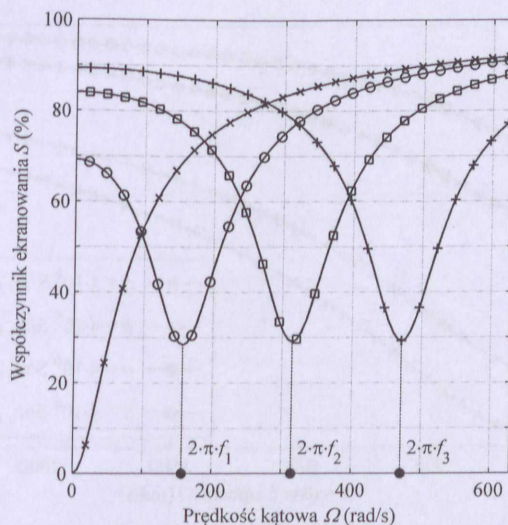
Kształty linii pola magnetycznego dla różnych wartości prędkości kątowej Ω oraz pulsacji zewnętrznego pola magnetycznego ω pokazano na rysunku 4.5.



Rys. 4.5. Linie pola magnetycznego dla różnych wartości prędkości kątowych Ω oraz pulsacji $\omega = 2\pi f$; od lewej (w rad/s): $\Omega = 0$, $\omega = 40\pi$; $\Omega = 40\pi$, $\omega = 40\pi$; $\Omega = 40\pi$, $\omega = 80\pi$; $R_1 = 5$ cm, $h = 2,5$ cm, $\sigma = 5,99 \cdot 10^7$ S/m

Na rysunku 4.6 pokazano wykres współczynnika ekranowania S w funkcji prędkości kątowej Ω dla różnych wartości pulsacji ω zewnętrznego pola magnetycznego. Wyraźnie widać, że współczynnik ekranowania S osiąga minimalną wartość wówczas, gdy prędkość kątowa ekranu Ω jest równa pulsacji pola magnetycznego ω (to samo zjawisko można zaobserwować na rys. 4.5).

Przewodzący ekran cylindryczny wirujący w zmiennym polu magnetycznym może działać jak filtr wąskopasmowy pola magnetycznego dla częstotliwości pola zewnętrznego równej częstotliwości wirowania ekranu.



Rys. 4.6. Współczynnik ekranowania S w funkcji prędkości kątowej Ω dla różnych wartości częstotliwości f zewnętrznego pola magnetycznego: (x) $\rightarrow f_1 = 0$ Hz, (o) $\rightarrow f_2 = 25$ Hz, ($\square$) $\rightarrow f_3 = 50$ Hz, (+) $\rightarrow f_4 = 75$ Hz; $R_1 = 10$ cm, $h = 5$ mm, $\sigma = 5,99 \cdot 10^7$ S/m

4.3. Wirujący ekran ferromagnetyczny w statycznym polu magnetycznym

Z teoretycznego punktu widzenia interesujące może być uogólnienie przedstawionych wzorów dla wirującego ekranu niemagnetycznego na ekrany ferromagnetyczne. W tym przypadku rozwiązanie dla wektorowego potencjału magnetycznego A jest identyczne jak przedstawione w zależności (4.3). Inna natomiast jest postać stałych $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$, $\underline{d}$, która wynika z zastosowania warunku ciągłości składowej stycznej natężenia pola magnetycznego na granicy obszarów o różnych przenikalnościach magnetycznych:

$$\underline{a} = 2B_0 \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{M}, \underline{b} = \frac{2B_0 R_2 [\underline{x}_1 K_2(\underline{x}_1) + (\mu_r - 1) K_1(\underline{x}_1)]}{M}, \underline{c} = \frac{2B_0 R_2 [\underline{x}_1 I_2(\underline{x}_1) + (1 - \mu_r) I_1(\underline{x}_1)]}{M},$$

$$\underline{d} = B_0 R_2^2 \left[2 \frac{\underline{x}_1 [I_1(\underline{x}_2) K_2(\underline{x}_1) + K_1(\underline{x}_2) I_2(\underline{x}_1)] + (\mu_r - 1) [I_1(\underline{x}_2) K_1(\underline{x}_1) - K_1(\underline{x}_2) I_1(\underline{x}_1)]}{M} - 1 \right] \quad (4.19)$$

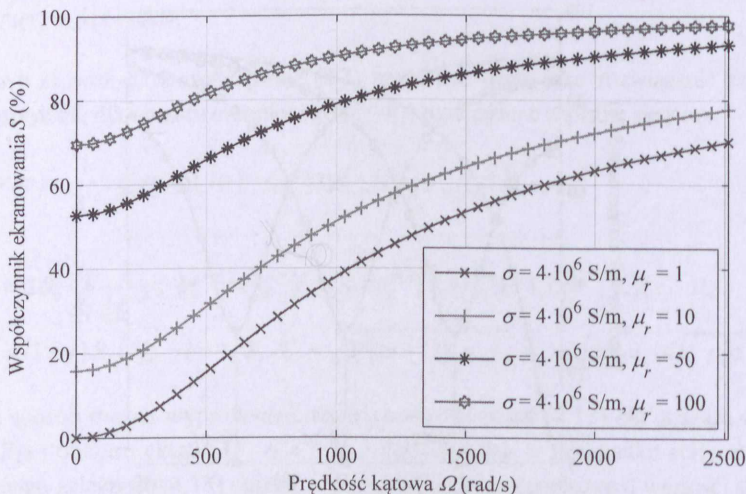
gdzie:

$$\underline{M} = \frac{1}{\mu_r} \underline{x}_1 \underline{x}_2 [K_2(\underline{x}_1) I_0(\underline{x}_2) - I_2(\underline{x}_1) K_0(\underline{x}_2)] +$$

$$+ \left(1 - \frac{1}{\mu_r} \right) \left\{ \underline{x}_2 [K_1(\underline{x}_1) I_0(\underline{x}_2) + I_1(\underline{x}_1) K_0(\underline{x}_2)] + \right.$$

$$\left. + \underline{x}_1 [K_1(\underline{x}_2) I_0(\underline{x}_1) + I_1(\underline{x}_2) K_0(\underline{x}_1)] + (\mu_r + 1) [K_1(\underline{x}_1) I_1(\underline{x}_2) - I_1(\underline{x}_1) K_1(\underline{x}_2)] \right\},$$

$$\underline{x}_i = (1 + j) R_i / \delta_\Omega, i = 1, 2.$$



Rys. 4.7. Wykres współczynnika ekranowania S w funkcji prędkości kątowej Ω różnych wartości względnej przenikalności magnetycznej μ_r , $R_1 = 10$ cm, $R_2 - R_1 = 5$ mm

Podstawienie w zależności (4.19) $\mu_r = 1$ prowadzi do rozwiązania dla już przedstawionego ekranu niemagnetycznego (4.3), tak jak oczekiwano. Podobnie współczynnik ekranowania S

wyraża wzór (4.6). Na rysunku 4.7 przedstawiono wykresy współczynnika ekranowania S w funkcji zmieniającej się prędkości kątowej ekranu Ω dla różnych, przykładowych wartości względnej przenikalności magnetycznej μ_r .

Zakończenie

W rozdziale przedstawiono analizę skuteczności ekranów dynamicznych. Przeprowadzono analizę przewodzących struktur cylindrycznych, obracających się z ustaloną prędkością kątową w równomiernym, statycznym i zmiennym polu magnetycznym. Dla nieskończenie długiego ekranu cylindrycznego podano dokładne rozwiązania analityczne oraz zależności przybliżone opisujące współczynnik ekranowania. Zbadano wpływ częstotliwości pola zewnętrznego i prędkości obrotowej ekranu na skuteczność ekranowania. Wykazano, że współczynnik ekranowania osiąga minimum wówczas, gdy częstotliwość pola zewnętrznego pokrywa się z częstotliwością wirowania ekranu. Rozważane zagadnienie rozszerzono i uogólniono na wirujące ekrany ferromagnetyczne, dla których również przedstawiono dokładne zależności analityczne określające skuteczność ekranowania.

Podsumowanie

W pracy przedstawiono trzy techniki ekranowania pól magnetycznych niskiej i średniej częstotliwości na przykładzie wybranych konfiguracji układów ekranujących. Dla ekranów pasywnych i aktywnych zaprezentowano oryginalną metodę projektowania kształtów z wykorzystaniem algorytmów genetycznych. W rozważaniach przyjęto, że poszukiwane kształty mają strukturę osiowosymetryczną, a ich powierzchnie są generowane z obrotu prostych łamanych oraz krzywych Béziera wokół osi symetrii. Zaprezentowano optymalizację jedno- i wielokryterialną kształtu pasywnego ekranu wzbudnika oraz całego systemu wzbudzenia Magnetycznej Tomografii Indukcyjnej. Do optymalizacji kształtu ekranów aktywnych zaproponowano oryginalne metody syntezy pola magnetycznego zarówno na osi solenoidu, jak i w pełnym obszarze skończonym, z wykorzystaniem dwóch niezależnych metod poszukiwania minimum funkcjonu. Przeanalizowano trzy wybrane klasy solenoidów. Na zakończenie przedstawiono skuteczność ekranów dynamicznych. Dokonano analizy przewodzących struktur cylindrycznych, obracających się z ustaloną prędkością kątową w równomiernym, statycznym i zmiennym polu magnetycznym. Dla nieskończonego długiego ekranu cylindrycznego podano pełne rozwiązanie analityczne oraz przejście graniczne dla małej i dużej wartości parametru odpowiadającego magnetycznej liczbie Reynoldsa. Zbadano wpływ częstotliwości pola zewnętrznego i prędkości obrotowej ekranu na skuteczność ekranowania. Ponadto przeprowadzono analizę wirujących ekranów ferromagnetycznych, dla których również przedstawiono zależności analityczne określające skuteczność ekranowania.

Na podstawie niniejszej monografii można sformułować następujące wnioski i uwagi:

1. Efektywnym narzędziem projektowania kształtu ekranów pasywnych i aktywnych przy zadanych ograniczeniach projektowych są algorytmy genetyczne sprzężone z krzywymi Béziera.

2. Jeżeli w procesie projektowania kształtu bierze się pod uwagę tylko jedno kryterium, to dokonuje się optymalizacji jednokryterialnej.

3. Jeżeli w procesie projektowania należy uwzględnić więcej niż jedno kryterium, to należy skorzystać z technik optymalizacji wielokryterialnej.

4. Istnieją różne realizacje optymalizacji wielokryterialnej. W pracy wykazano, że są dwie efektywne metody optymalizacji wielokryterialnej: ograniczonych kryteriów i sumy ważonych kryteriów.

5. W procesie optymalizacji układu wzbudzenia Magnetycznej Tomografii Indukcyjnej wyznaczono optymalną częstotliwość prądu płynącego w cewce wzbudzającej, dla której istnieje maksymalna wartość gęstości prądów wirowych. Wykazano, że im wyższa częstotliwość, tym wyższa skuteczność ekranowania. Maksymalna wartość gęstości prądów wirowych w przybliżeniu odpowiada częstotliwości wzbudzenia związanej z zastępczą głębokością wnikania fali.

6. W przypadku optymalizacji kształtu ekranów aktywnych pola magnetycznego na osi wykazano, że efektywnymi narzędziami projektowania są algorytmy genetyczne sprzężone z krzywymi Béziera oraz iteracyjnie regularyzowana metoda Gaussa-Newtona.

7. Iteracyjnie regularyzowana metoda Gaussa-Newtona daje bardzo dobre rezultaty, lecz w pewnych warunkach otrzymane kształty mogą być skomplikowane i trudne do praktycznego zrealizowania. Dodatkowym problemem w tej metodzie jest brak możliwości prostego implementowania różnych ograniczeń projektowych, związanych z geometrią optymalizowanej struktury solenoidu. Metoda ta wymaga także precyzyjnego ustalenia parametrów startowych, projektowych oraz odpowiedniego doboru wartości współczynnika regularyzacji.

8. Metoda oparta na algorytmach genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera jest pozbawiona przedstawionych ograniczeń. Pozwala na łatwe zaimplementowanie różnych warunków i ograniczeń, a otrzymane wyniki są porównywalne z wynikami otrzymanymi iteracyjnie regularyzowaną metodą Gaussa-Newtona. Ponadto metodę tę można zastosować do syntezy pola magnetycznego w obszarze o skończonych wymiarach geometrycznych.

9. Ekranowanie dynamiczne może być skutecznym sposobem zmniejszenia indukcji magnetycznej w obszarze chronionym.

10. Współczynnik ekranowania dla cylindrycznego, niemagnetycznego i nieskończonego długiego ekranu wirującego w statycznym polu magnetycznym jest wyrażany dokładnym wzorem, wykorzystującym funkcje Bessela (4.3).

11. Dla nieskończonego długiego przewodzącego ekranu cylindrycznego można wywodzić przybliżone, uproszczone rozwiązania analityczne, uwzględniające małą i dużą wartość parametru odpowiadającego magnetycznej liczbie Reynoldsa.

12. Do wyznaczenia wartości współczynnika ekranowania dla prędkości obrotowych powyżej 100 rad/s można wykorzystać uproszczone przybliżenie inżynierskie (4.11).

13. Współczynnik ekranowania dla nieskończonego długiego ekranu cylindrycznego wirującego w zmiennym polu magnetycznym jest wyrażany dokładnym wzorem z wykorzystaniem funkcji Bessela.

14. Gdy częstotliwość pola zewnętrznego pokrywa się z częstotliwością wirowania ekranu, współczynnik ekranowania osiąga minimum.

15. Przewodzący ekran cylindryczny wirujący w zmiennym polu magnetycznym może działać jako filtr wąskopasmowy pola magnetycznego dla częstotliwości pola zewnętrznego równej częstotliwości wirowania ekranu.

16. Współczynnik ekranowania dla magnetycznego nieskończonego długiego ekranu cylindrycznego jest wyrażany dokładnym wzorem wykorzystującym funkcje Bessela.

* * *

Autor niniejszej monografii pragnie serdecznie podziękować recenzentom: Profesorom Janowi Sikorze i Stanisławowi Gratkowskiemu, za uwagi, które niewątpliwie przyczyniły się do usunięcia z tekstu błędów i niejasności.

Literatura

1. Abramowitz M., Stegun I.A.: *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables*. John Wiley, New York 1972.
2. Adamiak K.: Synthesis of homogeneous magnetic field in internal region of cylindrical solenoid. *Archiv für Elektrotechnik* 1980, 62, 75–79.
3. Adamiak K.: Tichonov's regularization method applied to the magnetic field on a solenoid axis synthesis. *Archiv für Elektrotechnik* 1977, 59, 19–22.
4. Albini L., Burrascano P., Cardelli E., Faba A.: Numerical modeling of non linear extremely low frequencies shields. *The Tenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation* 2002.
5. Angeli M., Cardelli E.: Numerical analysis of diffracting perforated shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 1997, Vol. 33, No. 2, 1472–1475.
6. Antonini G., Orlandi A.: Shielding effects of reinforced concrete structures to electromagnetic field due to GSM and UMTS systems. *The Tenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation* 2002.
7. Apollonskii S.M.: The anisotropy of materials – a method for electromagnetic shielding performance. *Physica Scripta* 1995, Vol. 52, 665–667.
8. Araneo R., Dughiero F., Fabbri M., Forzan M.M., Geri A., Mornadi A., Lupi S., Ribani P.L., Veca G.: Electromagnetic and thermal analysis of the induction heating of aluminum billets rotating in DC magnetic field. *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 2008, Vol. 27, No. 2, 467–479.
9. Beltran H., Fuster V., Quijano A.: Optimal shielding thickness of low frequency magnetic fields. *ISEF – XII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering* 2005, Baiona, Hiszpania.
10. Bertocini F., Cardelli E.: Analysis of shielding performance in nonlinear media. *IEEE Transactions on Magnetics* 2002, Vol. 38, No. 2, 817–820.
11. Bertoni A., Delfino F., Girdinio P., Nervi M.: Comparison between analytical and numerical simulations of LF shielding efficiency. *IEEE Transactions on Magnetics* 2001, Vol. 37, No. 5, 3648–3652.
12. Bladel J.V.: Foucault currents in a conducting sphere moving with constant velocity. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers A Measurement Science and Technology*. Vol. 135, No. 7, 1988, 463–469.
13. Bladel J.V.: Motion of a conducting loop in a magnetic field. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers A Measurement Science and Technology* 1988, Vol. 135, No. 4, 217–222.
14. Bolkowski S., Stabrowski M., Skoczylas J., Sroka J., Sikora J., Wincenciak S.: *Komputerowe metody analizy pola elektromagnetycznego*. Wyd. 2 częściowo zmienione, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1986.
15. Borghi C.A., Breschi M., Fabbri M., Montanari I.: Material optimization of ferromagnetic shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 2003, Vol. 39, No. 3, 1317–1320.
16. Bottauscio O., Manzin A., Chiampì M.: Numerical analysis of magnetic shielding efficiency of multilayered screens. *IEEE Transactions on Magnetics* 2004, Vol. 40, No. 2, 726–729.
17. Bottauscio O., Chiampì M.: Chiarabaglio D., Zucca M.: Use of grain-oriented materials in low-frequency magnetic shielding. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 2000, 130–132.

18. Brake H.J.M., Hounker R., Rogalla H.: New results in active noise compensation for magnetically shielded rooms. *Measurement Science and Technology* 1993, No. 4, 1370–1375.
19. Brake H.J.M., Wieringa H.J., Rogalla H.: Improvement of the performance of a μ -metal magnetically shielded room by means of active compensation. *Measurement Science and Technology* 1991, No. 2, 596–601.
20. Brown R.W., Shvartsman S.M.: Supershielding: confinement of magnetic fields. *Physical Review Letters* 1999, Vol. 83, No. 10, 1946–1949.
21. Buccella C., Feliziani M., Maradei F., Manzi G.: Magnetic field computation in a physically large domain with thin metallic shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 2005, Vol. 41 No. 5, 1708–1711.
22. Canova A., Gruosso G.: Integral methods for analysis and design of low-frequency conductive shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 2003, Vol. 39, No. 4, 2009–2017.
23. Canova A., Gruosso G., Repetto M.: ELF magnetic shielding by global formulation of electromagnetic field. *14th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields – COMPUMAG* 2003, Saratoga Springs, New York USA.
24. Canova A., Gruosso G., Repetto M.: Optimal shielding of low frequency fields. *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 2004, Vol. 23, No. 1, 173–186.
25. Chapman B., Mansfield P.: Double active magnetic screening of coils in NMR. *Journal of Physics D: Applied Physics* 1986, Vol. 19, 129–131.
26. Calavin T., Quarantiello R., Matrone A., Giunchi G.: Magnetic shielding of MgB₂ tubes in applied DC and AC field. *Journal of Physics: Conference Series* 2006, Vol. 43, 1015–1018.
27. Celozzi S., Araneo R., Lovat G.: *Electromagnetic shielding*. John Wiley & Sons, IEEE Press 2008.
28. Celozzi S., Sparvoli G.: FE-TD analysis of multiple nonlinear electromagnetic shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 1996, Vol. 32, 1485–1488.
29. Charoy A.: *Kompatybilność elektromagnetyczna*. T. 3. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998.
30. Cheng K.B., Ramakrishna S., Lee K.C.: Electromagnetic shielding effectiveness of copper/glass fiber knitted fabric reinforced polypropylene composites. *Composites: Part A* 2000, No. 31, 1039–1045.
31. Ciric I.R.: Electromagnetic field of a moving wire carrying current parallel to an infinite slab. *Revue Roumaine des Sciences Techniques-Série Electrotechnique et Energetique* 1979, Vol. 24, No. 3, 375–388.
32. Ciric I.R.: Fields, losses and forces due to moving current distributions coaxial with a cylindrical conductor. *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 2001, Vol. 20, No. 1, 62–71.
33. Ciric I.R.: Proximity effect between a wire carrying current and a rotating cylindrical conductor. *Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education – Reviews, IEEE Proceedings A* 1983, Vol. 130, No. 3, 122–128.
34. Ciric I.R., Hantila F.I., Moraru A., Maricar M.: Performance analysis of multiply connected thin shields. *IJAEM – International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* 2010, No. 10, 271–278.
35. Claycomb J.R., Miller J.H.: Superconducting and high-permeability shields modeled for biomagnetism and nondestructive testing. *IEEE Transactions on Magnetics* 2006, Vol. 42, No. 6, 1694–1702.
36. Crozier S., Dodd S., Doddrell D.M.: A novel design methodology for n-th order, shielded longitudinal coils for NMR. *Measurement Science and Technology* 1996, No. 7, 36–41.

37. Dhawan S.K., Singh N., Rodrigues D.: Electromagnetic shielding behavior of conducting polyaniline composites. *Science and Technology of Advanced Materials* 2003, No. 4, 105–113.
38. Denis S., Dusoulter L., Dirickx M., Vanderbembden Ph., Cloots R., Ausloos M., Vanderheyden B.: Magnetic shielding properties of high-temperature superconducting tubes subjected to axial fields. *Superconductor Science and Technology, Institute of Physics Publishing* 2007, No. 20, 192–201.
39. Di Barba P., Farina M.: Multiobjective shape optimization of air-cored solenoids. *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical Engineering* 2002, No. 21, 45–57.
40. Engl H.W., Kugler P.: Multidisciplinary methods for analysis optimization and control complex systems. *Springer Berlin Heidelberg, Springer link Chapter: Nonlinear Inverse Problems: Theoretical Aspects and Some Industrial Applications*, online: www.ipam.ucla.edu/publications/invhut/invhut_hengl_pkugler.pdf, dostep maj 2010 r.
41. Fahy S., Kittel C., Louie S.G.: Electromagnetic screening by metals, *American Journal of Physics* 1988, No. 56 (11), 989–992.
42. Farag A.S., Dawoud M.M., Habiballah I.O.: Implementation of shielding principles for magnetic field management of power cables. *Electric Power Systems Research* 1999, No. 48, 193–209.
43. Farag A.S., Dawoud M.M., Selim S.Z., Cheng T.C., Marcus A.M., Penn D.: Electromagnetic fields in the home. *Electric Power Systems Research* 1998, No. 45, 73–79.
44. Fauri M., Sonato P.: 3D non-linear magnetostatic analysis of a double-walled cylindrical shield. *IEEE Transactions on Magnetism* 1990, Vol. 26, No. 2, 364–367.
45. Feliziani M.: A FEM approach to shielding effectiveness in braided-shield cables. *IEEE Transactions on Magnetism* 1990, Vol. 26, No. 2, 929–932.
46. Feliziani M.: Edge element analysis of complex configurations in presence of shields. *IEEE Transactions on Magnetism* 1997, Vol. 33, No. 2, 1548–1551.
47. Feliziani M.: Time-domain FEM analysis of quasi-static magnetic fields around nonperfectly conductive shields. *IEEE Transactions on Magnetism* 1999, Vol. 35, 1187–1190.
48. Feliziani M., Maradei F.: Fast computation of quasi-static magnetic fields around nonperfectly conductive shields. *IEEE Transactions on Magnetism* 1998, Vol. 34, No. 5, 2795–2798.
49. Feliziani M., Maradei F.: Finite-difference time domain modeling of thin shields. *IEEE Transactions on Magnetism* 2000, Vol. 36, No. 4, 848–851.
50. Feliziani M., Maradei F.: Full-wave analysis of shielded cable configurations by the FDTD method. *IEEE Transactions on Magnetism* 2002, Vol. 38, No. 2, 761–764.
51. Filtz M., Büssing H.: Screening attenuation of conducting and ferromagnetic hollow cylinders of finite length. *Electrical Engineering, Springer-Verlag* 2008, Vol. 90, No. 7, 469–478.
52. Foggo S.M., Norris W.T., Thomas D.L.: The shielding effect of a plane conducting sheet between two coaxial coils. *British Journal of Applied Physics* 1969, Vol. 2. No. 2, 1599–1607.
53. Forbes L., Crozier S.: A novel target-field method for magnetic resonance shim coils: III. shielded zonal tesseral coils. *Journal of Physics D: Applied Physics* 2003, No. 36, 68–80.
54. Forsman K.: Hybrid-method analysis of an open magnetic shield. *IEEE Transactions on Magnetism* 1999, Vol. 35, No. 3, 1127–1130.
55. Füzi J., Iványi A., Szabó Z.: DC shielding efficiency of spherical shells with holes. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 2003, Vol. 254, 237–240.
56. Garret M.W.: Axially symmetric systems for generating and measuring magnetic fields. Part I. *Journal of Applied Physics* 1951, Vol. 22, No. 9, 1091–1107.
57. Girdinio P., Nervi M.: Techniques for the automatic optimization of active shields. *COMPEL – The Journal of Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 2001, Vol. 20, No. 3, 732–739.

58. Goldberg D.E.: *Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1995.
59. Goleman K., Sasada I.: Proposal and theoretical evaluation of the active shield with self-tunable loop current array. *IEEE Transactions on Magnetics* 2005, Vol. 41, No. 10, 4084–4086.
60. Golub G.H., Heath M., Wahba G.: Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics* 1978, No. 21, 215–223.
61. Gratkowski S.: *Analiza pola elektromagnetycznego maszyny synchronicznej z nadprzewodzącym uzwojeniem wzbudzenia*. Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Wydział Elektryczny, Gdańsk 1979.
62. Griffiths D.J.: *Podstawy elektrodynamiki*. Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 2001.
63. Hahn A., Kost A., Jänicke L., Miethner K.: Fields and shielding by eddy currents in perforated boxes. *ISTET – XI International Symposium on Theoretical Electrical Engineering*, 19–22 August, Linz, Austria 2001.
64. Hansen P.C.: Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve. *SIAM Review* 1992, No. 34, 561–580.
65. Harakawa K., Kajiwara G., Kazami K., Ogata H., Kado H.: Evaluation of a high-performance magnetically shielded room for biomagnetic measurement. *IEEE Transactions on Magnetics* 1996, Vol. 32, No. 6, 5256–5260.
66. Haupt L., Haupt S.E.: *Practical genetic algorithms*. John Wiley & Sons, Inc., New York 2004.
67. Heinz W.E., Kügler P.: Nonlinear inverse problems: theoretical aspects and some industrial applications, online: www.ipam.ucla.edu/publications/invhut/invhut_hengl_pkugler.pdf, dostęp maj 2011 r.
68. Hernandez M.R., Karady G.G.: Attenuation of low frequency magnetic fields using active shielding. *Electric Power Research* 1998, No. 45, 57–63.
69. Hilgenfeld B., Strähmel E., Nowak H., Hauelsen J.: Active magnetic shielding for biomagnetic measurements using spatial gradient fields. *Physiological Measurement* 2003, No. 24, 661–669.
70. Hsieh K., Thiagarajan V., Stefani F., Ecclesshall D.: Effects of conducting shields on the performance of pulsed rotating machines. *IEEE Transactions on Magnetics* 2001, Vol. 37, No. 1, 305–309.
71. Ishiyama A., Hirooka H.: Magnetic shielding for MRI superconducting magnets. *IEEE Transactions on Magnetics* 1991, Vol. 27, No. 2, 1692–1695.
72. Ishiyama A., Hondoh M., Ishida N., Onuki T.: Optimal design of MRI magnets with magnetic shielding. *IEEE Transactions on Magnetics* 1989, Vol. 25, No. 2, 1885–1888.
73. Kalafala A.K.: Optimized configurations for passively shielded magnetic resonance imaging magnets. *IEEE Transactions on Magnetics* 1993, Vol. 29, No. 2, 1240–1244.
74. Kaiser K.L.: *Electromagnetic shielding*. Taylor & Francis Group, New York 2006.
75. Kaćki E.: *Równania różniczkowe cząstkowe w zagadnieniach fizyki i techniki*. Wyd. 3, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1972.
76. Kelhä V.O., Peltonen R., Rantala B.: The effect of shaking on magnetic shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 1980, Vol. 16, No. 4, 575–578.
77. Kelhä V.O., Pukki J.M., Peltonen R.S., Penttinen A.J., Ilmoniemi R.J., Heino J.J.: Design, construction, and performance of a large-volume magnetic shield. *IEEE Transactions on Magnetics* 1982, Vol. 18, No. 1, 260–270.
78. Kidane T.K., Edelstein W.A., Eagan T.P., Taracila V., Baig T.N., Cheng Y.N., Brown R.W.: Active-passive shielding for MRI acoustic noise reduction: network analysis. *IEEE Transactions on Magnetics* 2006, Vol. 42, No. 12, 3854–3860.
79. Knoepfel, H.E.: *Magnetic fields*. John Wiley & Sons, Inc., New York 1999.

80. Koski A., Wipf S.L.: Magnetic shielding of an accelerator beam using passive ferromagnetic material. *IEEE Transactions on Magnetics* 1996, Vol. 32, No. 4, 2663–2666.
81. Krakowski M.: *Elektrotechnika teoretyczna, pole elektromagnetyczne*. Wyd. 6, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999.
82. Lammeraner J., Stafl M., *Eddy currents*. Iliffe Books Ltd, London 1966.
83. Lipiński W.: *Analiza dynamiki pola elektromagnetycznego w środowiskach przewodzących*. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej nr 63, Szczecin 1976.
84. Lipiński W., Gołębiowski J.: Modeling of electromagnetic shield dynamics. *IEEE Transactions on Magnetics* 1980, Vol. 16, No. 6, 1419–1422.
85. Liu Y.Q., Sousa P.J., Salinas E., Cruz P., Daalder J.: Continuum gradient based shape optimization of conducting shields for power frequency magnetic field mitigation. *IEEE Transactions on Magnetics* 2006, Vol. 42, No. 4, 1215–1218.
86. Lopez H.S., Salmon C.G., Mirabal C.C., Saint-Jalmes H.: Designing an efficient resistive magnet for magnetic resonance imaging. *IEEE Transactions on Magnetics* 2004, Vol. 40, No. 5, 3378–3381.
87. Luquire J.W., Deeds W.E.: Axially symmetric eddy currents in a spherical conductor. *Journal of Applied Physics* 1970, Vol. 41, No. 10, 3976–3982.
88. Łukaniszyn M., Jaszczyk B.: *Podstawy elektromagnetyzmu*. Skrypt nr 252, Politechnika Opolska, Opole 2003.
89. Mager A.J.: Magnetic shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 1970, Vol. 6, No. 1, 67–75.
90. Malmivuo J., Lekkala J., Kontro P., Suomaa L., Vihinen H.: Improvement of the properties of an eddy current magnetic shield with active compensation. *Journal of Physics E: Scientific Instruments* 1987, No. 20, 151–164.
91. Mansfield P., Chapman B.: Active magnetic screening of coils for static and time-dependent magnetic field generation in NMR imaging. *Journal of Physics E: Scientific Instruments* 1986, Vol. 19, 540–545.
92. Markovic M., Perriard Y.: An analytical determination of eddy-current losses in a configuration with a rotating permanent magnet. *IEEE Transactions on Magnetics* 2007, Vol. 43, No 8, 3380–3386.
93. Matsuba H., Yahara A., Irsawa D.: Magnetic shielding properties of HTc superconductor. *Superconductor Science and Technology* 1992, No. 5, 432–439.
94. Maxwell J.C.: *A treatise on electricity and magnetism*. Vol. II. At The Olarendon Press, Oxford 1873.
95. McLachlan N.W.: *Funkcje Bessela dla inżynierów*. PWN, Warszawa 1964.
96. Moon P., Spencer D.E.: *Teoria pola*. PWN, Warszawa 1966.
97. Namjoshi K.V., Biringer P.P.: Efficiency of eddy current shielding of structural steel surrounding large currents: a circuit approach. *IEEE Transactions on Magnetics* 1991, Vol. 27, No. 6, 5417–5419.
98. Namjoshi K.V., Biringer P.P.: Power efficiency of eddy current shielding of structural elements in transverse magnetic field. *IEEE Transactions on Magnetics* 1992, Vol. 28, No. 5, 2829–2831.
99. Nagashima K., Sasada I., Tashiro K.: High performance bench-top cylindrical magnetic shield with magnetic shaking enhancement. *IEEE Transactions on Magnetics* 2002, Vol. 38, No. 5, 3335–3337.
100. Nikiel G.: Optymalizacja wielokryterialna w projektowaniu procesów wytwarzania – wybrane zagadnienia. Online: www.ath.bielsko.pl/~gnikiel/publik/optym.pdf, dostęp luty 2011 r.
101. Nishikuboko T., Endo H., Itoh K., Itoh M.: Improvement in the frequency characteristics of RF magnetic shielding: effects of the superposition of two ferrite plates over a BPSCCO plate. *Journal of Physics: Conference Series* 2008, No. 97.
102. Niedbala R.: Absorpcja energii elektromagnetycznej przez ekrany magnetyczne. *Przegląd Elektrotechniczny* 2003, No. 2, 127–130.

103. Nishikata A., Kiener S.: Modeling and analysis of the electromagnetic shielding behavior of superconductors, conductors and magnetic materials. *IEEE Transactions on Magnetics* 1994, Vol. 30, No. 5, 3359–3362.
104. Ogle M.D., D'Angelo J.: Design optimization method for a ferromagnetically self-shield MR magnet. *IEEE Transactions on Magnetics* 1991, Vol. 27, No. 2, 1689–1691.
105. Ohyama T., Minemoto T.: Improvement of magnetic shielding effects: the superposition of a double-magnetic cylinder over a high- T_c superconducting cylinder. *IEEE Transactions on Magnetics* 1993, Vol. 29, No. 6, 3583–3585.
106. Paperno E., Koide H., Sasada I.: Charts for estimating the axial shielding factors for triple-shell open-ended cylindrical shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 2001, Vol. 37, No. 4, 2881–2883.
107. Paperno E., Romalis M.V., Noam Y.: Optimization of five-shell axial magnetic shields having openings in the end-caps. *IEEE Transactions on Magnetics* 2004, Vol. 40, No. 4, 2170–2172.
108. Paperno E., Sasada I., Naka H.: Self-compensation of the residual field gradient in double-shell open-ended cylindrical axial magnetic shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 1990, Vol. 35, No. 5, 3943–3945.
109. Paperno E., Sasada I., Tashiro K.: Experimental correction of the axial shielding equation. *IEEE Transactions on Magnetics* 2002, Vol. 38, No. 5, 3324–3326.
110. Perry J.: Magnetic shielding by a hollow iron cylinder. Simplest case. *Proc. Phys. Soc. London* 1894, Vol. 13, No. 227.
111. Perry M.P., Jones T.B.: Eddy current induction in a solid conducting cylinder with a transverse magnetic field. *IEEE Transactions on Magnetics* 1978, Vol. 14, No. 4, 227–232.
112. Piątek Z., Jabłoński P.: *Podstawy teorii pola elektromagnetycznego*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2010.
113. Piegl L.: *Fundamental developments of computer aided geometric design*. CA: Academic Press, San Diego 1993.
114. Pissanetzky S.: Minimum energy MRI gradient coils of general geometry. *Measurement Science and Technology* 1992, No. 3, 667–673.
115. Pratap S.B.: Transient eddy current distribution in the shield of the passively compensated compensated pulsed alternator: iron-core machines. *IEEE Transactions on Magnetics* 1990, Vol. 26, No. 4, 1256–1269.
116. Purczyński J., Sikora R.: Straty mocy oraz siły występujące w układzie kula ferromagnetyczna – uzwojenie kuliste. *Archiwum Elektrotechniki* 1976, t. XXV, z. 3.
117. Reverter F., Li X., Meijer G.C.M.: A novel interface circuit for grounded capacitive sensors with feedforward-based active shielding. *Measurement Science and Technology* 2008, No. 19.
118. Rikitake T.: *Magnetic and electromagnetic shielding*. Terra Scientific Publishing Company (TERRAPUB) 1987.
119. Rudner S., Wernlund L.D., Norling P., Svedlindh P.: Screening of low frequency electromagnetic fields by the high- T_c superconductor YBa₂Cu₃O₇. *Physica Scripta* 1991, Vol. 40, 108–111.
120. Rücker A.W.: On the magnetic shielding of concentric spherical shells. *Proceedings of the Physical Society of London* 1892, No. 12, 462–501.
121. Salinas E.: Conductive and ferromagnetic screening of 50 Hz magnetic fields form a three-phase system of busbars. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 2001, 1240–1241.
122. Sandrolini L., Massarini A., Reggiani U.: Transform method for calculating low-frequency shielding effectiveness of planar linear multilayered shields. *IEEE Transactions on Magnetics* 2000, Vol. 36, No. 6, 3910–3919.
123. Sandrolini L., Reggiani U., Ogunsola A.: Modelling the electrical properties of concrete for shielding effectiveness prediction. *Journal of Physics D: Applied Physics* 2007, No. 40, 5366–537.

124. Sasada I., Inoue I., Harada K.: An improved mesh shaking coil and its application to a magnetic shielding panel. *IEEE Transactions on Magnetics* 1991, Vol. 27, No. 6, 5435–5437.
125. Sasada I., Inoue I., Harada K.: Multipole shaking field for magnetic shielding. *IEEE Transactions on Magnetics* 1992, Vol. 28, No. 1, 57–60.
126. Sasada I., Yamauchi T., Yatomi Y.: Performance of a human-size magnetic shield of cylindrical structure with magnetic shaking enhancement. *IEEE Transactions on Magnetics* 1996, Vol. 32, No. 5, 4923–4925.
127. Sasakawa T., Tagawa N., Herai T., Tomita M.: Preliminary design of magnetic shielding by FEM. *IEEE Transactions on Magnetics* 1997, Vol. 33, No. 2, 1951–1954.
128. Sergeant P.L., Dupre L.R., Wulf M., Melkebeek J.A.A.: Optimizing active and passive magnetic shields in induction heating by a genetic algorithm. *IEEE Transactions on Magnetics* 2003, Vol. 39, No. 6, 3486–3496.
129. Sewel P., Turner J.D., Robinson M.P., Thomas D.W.P., Benson T.M.: Comparison of analytic, numerical and approximate models for shielding effectiveness with measurements. *Measurement and Technology, IEE Proceedings* 1998, Vol. 145, No. 2, 61–66.
130. Sharp A.: Magnetic shielding by a hollow iron cylinder. Simplest case. *Proceedings of the Physical Society of London* 1894, No. 13, 227–229.
131. Shi X., Ju K.: Shield-related side reading in MR heads. *IEEE Transactions on Magnetics* 1997, Vol. 33, No. 5, 2899–2901.
132. Shi S., Liang J.: The effect of multi-wall carbon nanotubes on electromagnetic interference shielding of ceramic composites. *Nanotechnology* 2008, No. 19.
133. Shill R.A.: General relation for the vector magnetic field of a circular current loop: a closer look. *IEEE Transactions on Magnetics* 2003, Vol. 39, No. 2, 961–967.
134. Shirai T.: A Magnetic field generator with active compensation of external field. *Measurement Science and Technology* 2004, No. 15, 248–253.
135. Shvartsman S.M., Brown R.W., Cheng Y.C., Eagan T.P., Willig J.D.: Supershielding: trapping of magnetic fields. *IEEE Transactions on Magnetic* 2001, Vol. 37, No. 5, 3116–3119.
136. Siauve N., Scorretti R., Burais N., Nicolas L., Nicolas A.: Electromagnetic fields and human body: a new challenge for the electromagnetic field computation. *COMPEL – The Journal of Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 2003, Vol. 22, No. 3, 457–469.
137. Siddharth B.P.: Transient eddy current distribution in the shield of the passively compensated compulsator-air-core machines. *IEEE Transactions on Magnetics* 1991, Vol. 27, No. 4, 3710–3720.
138. Simpson T.L.: Effect of conducting shield on the inductance of an air-core solenoid. *IEEE Transactions on Magnetics* 1999, Vol. 35, No. 1, 508–515.
139. Sigmund E.E., Mitrović V.F., Calder E.S., Thomas G.W., Bachman H.N., Halperin W.P., Kuhns P.L., Reyes A.P.: Inductive shielding of NMR phase noise. *Journal of Magnetic Resonance* 2002, No. 159, 190–194.
140. Sikora J.: *Algorytmy numeryczne w tomografii impedancyjnej i wirowej*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
141. Sikora J., Wójtowicz S.: *Industrial and biological tomography – theoretical basis and applications*. Wydawnictwo Książkowe Instytutu Elektrotechniki, Warszawa 2010.
142. Sikora R.: *Teoria pola elektromagnetycznego*. Wyd. 3. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997.
143. Sikora R.: *Wybrane zagadnienia z teorii pola elektromagnetycznego. Seria: Elektrotechnika i Elektronika*. T. IX, PWN, Warszawa 1984.
144. Sikora R., Krasoń P., Gramz M.: *Synteza pola magnetycznego w płaszczyźnie prostopadłej do osi solenoidu*. T. XXVIII, z. 1, Archiwum Elektrotechniki, 1979, 169–180.

145. Sikora R., Purczyński J., Adamiak K.: The magnetic field synthesis on a cylinder solenoid axis by means of Tichonov's regularization method. *Archiv für Elektrotechnik* 1978, No. 60, 83–86.
146. Skarżyński T., Kończykowski H., Koterak Z.: *Przewody elektryczne, budowa, właściwości, zastosowanie*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1973.
147. Štafl, M.: *Electrodynamics of electrical machines*. Publishing House of The Czechoslovak Academy of Sciences 1967.
148. Sumner T.J., Pendlebury J.M., Smith K.F.: Conventional magnetic shielding. *Journal of Physics D: Applied Physics* 1987, No. 20, 1095–1101.
149. Sykulski J.K.: Reducing computational effort in field optimisation problems. *Compel – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 2004, Vol. 23, No. 1, 159–172.
150. Tashiro K., Sasada I.: A low-cost magnetic shield consisting of nonoriented silicon steel. *IEEE Transactions on Magnetics* 2005, Vol. 41, No. 10, 4081–4083.
151. Tegopoulos J.A., Kriezis E.E.: *Eddy currents in linear conducting media*. Elsevier, The Netherlands, Amsterdam 1985.
152. Tikhonov A.N., Goncharky A.V., Stepanov V.V., Yagola A.G.: *Numerical methods for the solution of ill-posed problems*. Kluwer Academic Publishers, Netherlands 1995.
153. Turowski J.: *Elektrodynamika techniczna*. Wyd. 2 zmienione, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1993.
154. Turowski J.: *Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1982.
155. Usón A., Letosa J., Arcega F.J., Samplón M.: Analysis of passive magnetic shielding for reducing crosstalk errors in current sensors. *ISEF – XII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, Baiona, Hiszpania 2005.
156. Vasconcelos J.A., Saldanha R.R., Krähenbühl L., Nicolas A.: Genetic algorithm coupled with a deterministic method for optimization in electromagnetics. *IEEE Transactions on Magnetics* 1997, Vol. 33, No. 2, 1860–1863.
157. Vogel C.: Non-convergence of the L-curve regularization parameter selection method. *Inverse Problems* 1996, No. 12, 535–547.
158. Waki H., Igarashi H., Honma T.: An analysis of magnetic shielding against DC power lines based on homogenization. *11th International IGTE Symposium, Proceedings* 2004, 272–277.
159. Wassef K., Vasundara V., Varadan V., Varadan V.K.: Magnetic field shielding concepts for power transmission lines. *IEEE Transactions on Magnetics* 1998, Vol. 34, No. 3, 649–654.
160. Witkowski L.M., Marty P.: Effect of a rotating magnetic field of arbitrary frequency on a liquid metal column. *European Journal of Mechanics – B/Fluids* 1998, No. 17, 239–254.
161. Wu T., Jou W., Dai S.G., Cheng W.: Effective electromagnetic shielding of plastic packaging in low-cost optical transceiver modules. *Journal of Lightwave Technology* 2003, Vol. 21, No. 6, 1536–1543.
162. www.comsol.com, Multiphysics Modeling and Simulation Software, dostęp luty 2011 r.
163. Xu H., Anlage M.: Microwave shielding of transparent and conducting single-walled carbon nanotube films. *Applied Physics Letters* 2007, No. 90.
164. Yamazaki K., Kato K., Fujiwara K.: Effective combination of magnetic and conductive layers of magnetically shielded room. *IEEE Transactions on Magnetics* 2000, Vol. 36, No. 5, 3649–3651.
165. Yamazaki K., Unno K.: Shielding effect of superconducting magnetically shielded room. *IEEE Transactions on Magnetics* 1997, Vol. 33, No. 5, 3451–3453.
166. Zarankiewicz K.: *Mechanika Teoretyczna*. T. 1. Statyka. PWN, Warszawa 1967.
167. Zeńczak M.: *Analiza technicznych problemów związanych z dozymetrią pól elektromagnetycznych o częstotliwości przemysłowej*. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej nr 543, Szczecin 1998.

168. Zeb A., Ingham D.B., Lesnic D.: The method of fundamental solutions for a biharmonic inverse boundary determination problem. *Computational Mechanics* 2008, No. 42, 371–379.
169. Zhou P.: *Numerical analysis of electromagnetic fields*. Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg 1993.
170. Zielińska J.M., Zieliński W.G.: Metoda wyznaczania rezystancji wirnika z uwzględnieniem wypierania prądu dla silników szybkoobrotowych. *Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne* 2008, nr 80, 155–157.
171. Ziółkowski M.: *Bierne i dynamiczne ekranowanie pól elektromagnetycznych niskiej oraz średniej częstotliwości*. Rozprawa doktorska, Politechnika Szczecińska, Szczecin 2006.
172. Ziółkowski M.: Comparison of two methods for magnetic field synthesis on a solenoid's axis. *Electrical Engineering (Archiv für Elektrotechnik)*, Online First DOI: 10.1007/s00202-011-0208-4.
173. Ziółkowski M.: Topology optimization of magnetic field in three-dimensional finite region. *Engineering Optimization* 2011, w druku.
174. Ziółkowski M., Gratkowski S.: A Comparison of two formulations for magnetic field synthesis on a cylindrical solenoid's axis. *IJAEM – International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* IOS Press 2011, w druku.
175. Ziółkowski M., Gratkowski S.: Active, passive and dynamic shielding of static and low frequency magnetic fields. *XV International Symposium on Theoretical Electrical Engineering ISTET* 2009, Lubeka.
176. Ziółkowski M., Gratkowski S.: Genetic algorithm and Bezier curves based shape optimization of conducting shields for low frequency magnetic fields. *IEEE Transactions on Magnetics* 2008, Vol. 44, No. 6, 1086–1089.
177. Ziółkowski M., Gratkowski S.: Genetic algorithm based multi-objective optimization of an exciter for magnetic induction tomography. *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 2009, Vol. 28, No. 5, 1121–1128.
178. Ziółkowski M., Gratkowski S.: Multi-objective optimization in magnetic induction tomography exciter design. *Electrical Review (Przegląd Elektrotechniczny)* 2010, R. 86 No. 5, 69–73.
179. Ziółkowski M., Gratkowski S.: Optimum exciter design for magnetic induction tomography (MIT). *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 2011, Vol. 30 No. 4, 1390–1404.
180. Ziółkowski M., Gratkowski S.: Shielding from external magnetic fields by rotating conducting cylindrical shells. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 2009, Vol. 51, No. 3, 720–724.
181. Ziółkowski M., Gratkowski S., Pałka R.: Solution of three dimensional inverse problem of magnetic induction tomography using Tikhonov regularization method. *IJAEM – International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* IOS Press 2009, No. 30, 245–253.

Analiza i synteza wybranych układów ekranujących pól elektromagnetycznych niskiej i średniej częstotliwości

Streszczenie

Ekranowanie pola elektromagnetycznego ma duże znaczenie w medycynie, fizyce i przemyśle. Zadaniem ekranu jest zredukowanie poziomu natężenia pola elektromagnetycznego w wymaganym obszarze. Efekt ekranowania można uzyskać przez odpowiednie dobranie parametrów oraz kształtu ekranu. Dla niskich i średnich częstotliwości parametry te to przenikalność magnetyczna oraz konduktywność elektryczna. W rezultacie w ekranie zachodzą dwa zjawiska fizyczne związane z tymi parametrami: bocznikowanie pola magnetycznego oraz kompensacja pierwotnego pola magnetycznego polem wtórnym, pochodzącym od zaindukowanych prądów wirowych w materiale przewodzącym. W mechanizmie związanym z bocznikowaniem pola strumień pola magnetycznego jest „wciągany” do wnętrza materiału ferromagnetycznego prostopadle do jego powierzchni. Pole magnetyczne jest bocznikowane w ekranie i w rezultacie zmniejsza się natężenie pola w określonym obszarze chronionym. Drugi mechanizm jest związany z powstawaniem wtórnego pola magnetycznego, pochodzącego od zaindukowanych prądów wirowych w przewodzącym materiale ekranu umieszczonym w zmiennym polu magnetycznym. Pole wtórne przeciwdziała polu zewnętrznemu w obszarze chronionym. Obszar chroniony jest na ogół otaczany materiałem magnetycznym lub przewodzącym. W praktyce ekrany to różnego rodzaju wydrążone metaliczne cylindry, perforowane sfery, prostopadłościanny oraz klatki o innych kształtach.

Jest oczywiste, że w przypadku statycznego pola magnetycznego użycie materiałów przewodzących jest bezużyteczne. Zastosowanie materiałów ferromagnetycznych również może być bardzo ograniczone, ponieważ pola magnetyczne o wysokich natężeniach zmniejszają wartość względnej przenikalności magnetycznej materiału magnetycznego. W tym przypadku można zastosować obracające się ekrany cylindryczne zbudowane z materiałów przewodzących. Prądy Foucaulta zaindukowane w ekranie przez jego ruch obrotowy zmniejszają wartość natężenia zewnętrznego pola magnetycznego w określonym obszarze. Taką technikę można nazywać ekranowaniem dynamicznym.

Do skompensowania zewnętrznego pola magnetycznego można zastosować ekranowanie aktywne. W tym przypadku wykorzystuje się zestawy cewek i solenoidy, które generują przeciwne pole magnetyczne. Pole przeciwdziałające musi mieć taką samą częstotliwość i amplitudę, jak pole zewnętrzne.

Ekrany pola elektromagnetycznego na ogół są projektowane metodami analitycznymi i numerycznymi, ale projektowanie to ogranicza się do bardzo prostych kształtów. Tego typu analiza może być bardzo nieefektywna.

W monografii zaprezentowano ściśle metody matematyczne projektowania kształtów ekranów pasywnych i aktywnych. W pierwszym rozdziale przedstawiono wiadomości i uwagi wstępne, a w drugim rozdziale – optymalizację jedno- i wielokryterialną pasywnego ekranu wzbudnika oraz całego systemu wzbudzenia Magnetycznej Tomografii Indukcyjnej.

W optymalizacji wykorzystano algorytmy genetyczne sprzężone z metodą elementów skończonych. W optymalizacji wielokryterialnej zastosowano dwie techniki: metodę sumy ważonych kryteriów i metodę ograniczonych kryteriów.

W trzecim rozdziale przedyskutowano problem projektowania kształtu ekranu aktywnego (solenoidu), który generuje określony rozkład pola magnetycznego na osi solenoidu i w pełnym obszarze skończonym. W matematyce zagadnienia te należą do źle postawionych problemów odwrotnych. Do ich rozwiązania zaproponowano dwie niezależne metody: iteracyjnie regularyzowaną metodę Gaussa-Newtona oraz metodę opartą na algorytmach genetycznych sprzężonych z krzywymi Béziera.

W czwartym rozdziale przeprowadzono analizę nieskończenie długiego ekranu cylindrycznego, wirującego w statycznym i zmiennym, poprzecznym polu magnetycznym. W zwartej formie przedstawiono zależność na współczynnik ekranowania, a także uproszczone, przybliżone zależności na współczynnik ekranowania z wykorzystaniem jedynie funkcji elementarnych. Przewodzący ekran cylindryczny wirujący w zmiennym polu magnetycznym może działać jak filtr wąskopasmowy pola magnetycznego dla częstotliwości pola zewnętrznego równej częstotliwości wirowania ekranu. Rozważono ogólniejszy przypadek, czyli nieskończenie długi ferromagnetyczny ekran wirujący w jednorodnym, statycznym polu magnetycznym, dla którego również przedstawiono wzór na współczynnik ekranowania.

Analysis and Synthesis of Selected Shielding Arrangements of Low and Medium Frequency Electromagnetic Fields

Summary

Electromagnetic shielding plays a significant role in practical applications which are widely used in medicine, physics and industry. The aim of the shields is a reduction of an electromagnetic field level in a prescribed region. The shielding effect can be obtained by adjusting the parameters and shape of a shield. For static and low frequency magnetic fields these parameters are magnetic permeability and electric conductivity. They result in two different mechanisms in the low-frequency magnetic field shielding and are called the flux-shunting and the eddy current cancellation, respectively. In the flux-shunting mechanism the magnetic field is pulled toward the ferromagnetic material perpendicularly to its surface. The resulting overall effect of the shielding structure is that the magnetic field is diverted into the shield, and then shunted within the material. The eddy-current cancellation mechanism is based on the eddy currents that appear in the conductive shielding material exposed to the time-varying external magnetic field. The secondary field, due to the eddy currents induced in the shield, cancels the incident field in the volume of interest. The eddy-current cancellation takes place only when the magnetic field is time-varying. In general, the volume of interest is usually surrounded with a layer of conductive or magnetic material. In practice, screens are often of the hollow metallic cylinders, perforated metallic spheres, rectangular prisms and other metallic cages' shapes. Such shielding techniques are well known and called passive shielding.

It is obvious that, in case of static magnetic field, utilizing just conductive materials like copper or aluminum is useless. Also, using ferromagnetic materials can be very limited, because high intensity magnetic field causes decreasing of its relative permeability. In these cases rotating screens made of non-magnetic materials like copper or aluminum could be applied. Foucault currents, induced by motion, tend to cancel the magnetic field in the volume of interest. Such shielding technique can be called dynamic.

In order to compensate for incident magnetic field an active shielding technique can be applied. In this case circuits or solenoids that generate an opposite magnetic field in the region of interest are used. The opposite field must have the same frequency and amplitude as the external field.

In general, the design of the electromagnetic field shield is performed by using analytical as well as numerical methods and usually is limited to very simple geometries. Such an analysis may be very inefficient.

In this monograph accurate mathematical methods are presented in order to design the passive and active shields' shapes.

Chapter 1 presents some introductory remarks. In Chapter 2 single as well as multi-objective optimization of the passive conducting shield of the exciter and whole MIT excita-

tion system, based on genetic algorithm coupled with the Finite Element Method, have been presented. In case of multi-objective optimization problem, two techniques have been applied, i.e. Weighted Sum Method and ϵ -constraint Method.

Chapter 3 discusses the problem of finding the shape of a solenoid which produces a given magnetic field distribution on the axis as well as in finite three-dimensional region. In mathematics such problems belong to the linear or nonlinear ill-posed inverse problems. Two independent methods; iteratively regularized Gauss-Newton method and Genetic Algorithm (GA) coupled with Bézier curves based method have been discussed and compared. The forward problem in the optimization has been formulated by using analytical expression.

Chapter 4, in a quantitative way, treats the possibility of static and low-frequency magnetic field shielding by using rotating conducting nonmagnetic as well as ferromagnetic cylindrical screens. First, infinitely long cylindrical screens rotating at different velocities in a uniform, time-constant and time-harmonic transverse magnetic field have been considered. Closed-form solutions for the shielding factors have been given. Simplified engineering approximations have been provided with the use of fundamental functions, only. It is interesting that a conducting screen rotating in an AC magnetic field can serve as a narrow-band filter for a frequency of the external field equal to the rotational frequency of the screen.

Finally, a more general case has been analyzed using an infinitely long cylindrical magnetic screen rotating in a uniform, time-constant transverse magnetic field. An exact analytical solution has been provided.

Analyse und Synthese gewählter Abschirmungssysteme elektromagnetischer Felder niedriger und mittlerer Frequenz

Zusammenfassung

Die Abschirmung elektromagnetischer Felder spielt eine wesentliche Rolle in der Medizin, Physik und Industrie. Die Aufgabe der Abschirmung ist eine Reduzierung der elektromagnetischen Feldstärke im geforderten Bereich. Der Effekt der Abschirmung kann durch entsprechende Wahl von Parametern und der Geometrie der Abschirmung erreicht werden. Für niedrige und mittlere Frequenzen sind diese Parameter die magnetische Permeabilität und elektrische Leitfähigkeit. Im Ergebnis, in der Abschirmung treten zwei physikalische Phänomene auf, die in einem Zusammenhang mit diesen Parametern stehen und nämlich das Nebenschließen des Magnetfeldes und die Kompensation des primären Magnetfeldes mit Hilfe eines sekundären Feldes, das aus induzierten Wirbelströmen im Strom führenden Material hervorgeht. In dem mit dem Nebenschließen des Feldes verbundenen Mechanismus wird der magnetische Fluss in das Innere des ferromagnetischen Stoffes senkrecht zu seiner Oberfläche „hineingezogen“. Das Magnetfeld wird in der Abschirmung nebengeschlossen und es kommt im Ergebnis zur Reduzierung der Feldstärke im bestimmten Schutzbereich. Der zweite Mechanismus hängt mit dem Entstehen eines sekundären Magnetfeldes zusammen, das aus induzierten Wirbelströmen im Strom führenden Material der Abschirmung hervorgeht, die sich im veränderlichen Magnetfeld befindet. Das sekundäre Feld wirkt dem externen Feld im geschützten Bereich entgegen. Generell wird der geschützte Bereich mit einem magnetischen oder Strom führenden Material umschlossen. In der Praxis sind Abschirmungen in Form von verschiedenartigen Metallhohlzylindern, perforierten Kugelflächen, Quadern oder Käfigen in anderen Formen ausgeführt.

Es ist offensichtlich, dass die Anwendung der Strom führenden Materialien im Fall von statischen Magnetfeldern nutzlos ist. Auch der Einsatz von ferromagnetischen Stoffen kann sehr eingeschränkt sein, weil Magnetfelder mit großen Feldstärken eine Verringerung der relativen magnetischen Permeabilität von magnetischen Materialien verursachen. In solchem Fall können rotierende, zylindrische Abschirmungen aus Strom führenden Materialien eingesetzt werden. Die Foucault-Ströme, die in der Abschirmung im Ergebnis ihrer Drehbewegung induziert werden, haben eine Reduktion der Stärke des externen Magnetfeldes im bestimmten Bereich zur Folge. Solche Technik kann als dynamische Abschirmung genannt werden.

Zum Kompensieren eines externen Magnetfeldes kann eine aktive Abschirmung eingesetzt werden. In solchem Fall werden Spulensätze und Zylinderspulen eingesetzt, die ein entgegengesetztes Magnetfeld erzeugen. Das entgegenwirkende Feld muss eine gleiche Frequenz und eine gleiche Amplitude wie das externe Feld haben.

Generell werden die Abschirmungen elektromagnetischer Felder mit Hilfe von analytischen und numerischen Methoden entworfen und meistens handelt es sich dabei um sehr einfache geometrische Formen. Derartige Analyse kann sehr wenig effektiv sein.

In der Monographie wurden mathematische Methoden für das Entwerfen der Formen von passiven und aktiven Abschirmungen dargestellt. Im Kapitel 1 wurden einleitende Informationen und Betrachtungen präsentiert.

Im Kapitel 2 wurde eine Optimierung nach einem Kriterium und nach mehreren Kriterien einer passiven Abschirmung eines Induktors als auch des gesamten Systems der Erregung der Magnetischen Induktionstomographie präsentiert. Für die Optimierung verwendete man genetische Algorithmen, die mit der Methode der finiten Elemente gekoppelt waren. Im Fall der Optimierung nach mehreren Kriterien wurden zwei verschiedene Techniken vorgestellt, d. i. die Methode der Summe der gewichteten Kriterien und die Methode der eingeschränkten Kriterien.

Im Kapitel 3 wurde das Problem des Entwerfens der Form einer aktiven Abschirmung (Zylinderspule) diskutiert, die eine bestimmte Verteilung des magnetischen Feldes auf der Zylinderspulenachse als auch im vollen endlichen Bereich erzeugt. In der Mathematik gehören solche Fragen zu sog. schlecht gestellten inversen Problemen. Zur Lösung des gestellten Problems wurde der Einsatz von zwei unabhängigen Methoden vorgeschlagen: ein iterativ regularisiertes Gauß-Newton-Verfahren und eine Methode, die auf genetischen Algorithmen basiert, die mit Bézier-Kurven gekoppelt sind. Das für die Optimierung einfache Problem wurde unter Verwendung eines analytischen Funktionals definiert.

Kapitel 4 beinhaltet eine Analyse einer unendlich langen zylindrischen Abschirmung, die im statischen und veränderlichen Quermagnetfeld rotiert. In einer zusammengefassten Form wurde die Beziehung für das Schirmungsmaß dargestellt. Es wurden auch vereinfachte, angenäherte Beziehungen für das Schirmungsmaß unter Verwendung von lediglich Elementarfunktionen angegeben. Die Strom führende zylindrische Abschirmung, die im veränderlichen Magnetfeld rotiert, kann als ein Schmalbandfilter des Magnetfeldes für die Frequenz des externen Feldes gleich der Drehfrequenz der Abschirmung funktionieren. Anschließend wurde ein mehr allgemeiner Fall betrachtet, d. i. eine unendlich lange ferromagnetische Abschirmung, die im homogenen statischen Magnetfeld rotiert, wofür auch die Berechnungsformel des Schirmungsmaßes angegeben wurde.

Spis rysunków i tabel

Rysunki

2.1. Schemat optymalizacji wielokryterialnej z zaznaczoną przestrzenią dopuszczalnych rozwiązań oraz zbiorem rozwiązań optymalnych ZOP; X , Y , Z – punkty reprezentujące możliwe rozwiązania.....	14
2.2. System pomiarowy MIT z prototypem wzбудnika [179].....	16
2.3. System pomiarowy MIT ze wzбудnikiem i ekranem o przykładowym kształcie	17
2.4. Przykłady płaskich krzywych Béziera trzeciego rzędu.....	18
2.5. Schemat blokowy optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu genetycznego (AG) oraz MES	19
2.6. Fragment przykładowej siatki MES składającej się z 16 700 trójkątnych elementów skończonych.....	21
2.7. Wartości współczynnika ekranowania $S_{\min}$ (%) po kolejnych generacjach algorytmu genetycznego	21
2.8. Po lewej stronie – linie pola magnetycznego dla wzбудnika z ekranem o kształcie optymalnym i linie współczynnika ekranowania S (%) w obszarze chronionym; po prawej – wzbudnik bez ekranu dla $f = 100$ kHz	22
2.9. Trójwymiarowa wizualizacja wzбудnika z ekranem o optymalnym kształcie dla $f = 100$ kHz.....	22
2.10. System pomiarowy MIT ze wzбудnikiem i ekranem o przykładowym kształcie – optymalizacja wielokryterialna	23
2.11. Po lewej stronie – rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla ekranu optymalnego; po prawej – wykres modułu minimalnej wartości gęstości prądu na dnie obiektu badanego po kolejnej generacji algorytmu genetycznego; $S_{\min} = \tau = 5\%$, $f_0 = 99,3$ kHz.....	24
2.12. Po lewej stronie – rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla ekranu optymalnego; po prawej – wykres modułu minimalnej wartości gęstości prądu na dnie obiektu badanego po kolejnej generacji algorytmu genetycznego; $S_{\min} = \tau = 20\%$, $f_0 = 99,3$ kHz.....	25
2.13. Po lewej stronie – rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla ekranu optymalnego; po prawej – wykres modułu minimalnej wartości gęstości prądu na dnie obiektu badanego po kolejnej generacji algorytmu genetycznego; $S_{\min} = \tau = 50\%$, $f_0 = 98,7$ kHz.....	25
2.14. Po lewej stronie – rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla ekranu optymalnego; po prawej – wykres modułu minimalnej wartości gęstości prądu na dnie obiektu badanego po kolejnej generacji algorytmu genetycznego; $S_{\min} = \tau = 80\%$, $f_0 = 99,3$ kHz.....	26
2.15. Po lewej stronie – rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linie pola magnetycznego dla ekranu optymalnego; po prawej – wykres modułu minimalnej wartości gęstości prądu na dnie obiektu badanego po kolejnej generacji algorytmu genetycznego; $S_{\min} = \tau = 95\%$, $f_0 = 99,3$ kHz	26
2.16. Wykres współczynnika ekranowania $S_{\min}$ w funkcji modułu gęstości prądu $ J_{\max} $ na dnie obiektu badanego dla różnych wartości parametru ε (oznaczone gwiazdkami)	27

2.17. System pomiarowy MIT z optymalizowanym wzбудnikiem; po lewej stronie – wzбудnik z przykładowym kształtem ekranu powstałym z obrotu prostej łamanej, po prawej – wzбудnik z przykładowym kształtem ekranu powstałym z obrotu krzywej Béziera	28
2.18. Fragment przykładowej siatki MES składającej się z około 12 tys. trójkątnych elementów skończonych; po lewej stronie – zdyskretyzowany wzбудnik z przykładowym kształtem ekranu powstałym z obrotu prostej łamanej, po prawej – zdyskretyzowany wzbudnik z przykładowym kształtem ekranu powstałym z obrotu krzywej Béziera	30
2.19. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,01$; częstotliwość optymalna $f_0 = 5,50$ MHz	31
2.20. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,01$	31
2.21. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,1$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,62$ MHz	32
2.22. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,1$	32
2.23. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,5$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,22$ MHz	32
2.24. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,5$	33
2.25. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,9$; częstotliwość optymalna $f_0 = 2,75$ MHz	33
2.26. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,9$	33
2.27. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,99$; częstotliwość optymalna $f_0 = 2,74$ MHz	34
2.28. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 8400), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,99$	34
2.29. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,01$; częstotliwość optymalna $f_0 = 4,89$ MHz	35
2.30. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,01$	35
2.31. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,1$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,00$ MHz	36
2.32. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,1$	36

2.33. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,5$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,34$ MHz	36
2.34. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,5$	37
2.35. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,9$; częstotliwość optymalna $f_0 = 2,84$ MHz	37
2.36. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,9$	37
2.37. Rozkład współczynnika ekranowania S (%) w obszarach chronionych oraz linii pola magnetycznego dla $w_1 = 0,99$; częstotliwość optymalna $f_0 = 3,52$ MHz	38
2.38. Po lewej stronie – przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań oznaczonych szarymi punktami (równa 7800), o – punkt startowy, x – punkt wyznaczający rozwiązanie optymalne w ZOP; po prawej – wartości funkcji celu w kolejnych generacjach algorytmu genetycznego; $w_1 = 0,99$	38
3.1. Obszar chroniony w jednorodnym, statycznym polu magnetycznym	42
3.2. Pojedynczy zwoj kołowy z prądem I ; P – punkt, w którym obliczano natężenie pola magnetycznego	43
3.3. Schemat układu cewek Helmholtza z przykładowo zaznaczonymi punktami pomiarowymi natężenia pola magnetycznego w obszarze chronionym	44
3.4. Po lewej stronie – wykres błędu $\delta_{\max}$ (%) w funkcji R , czarnym punktem zaznaczono pozycję, dla której błąd $\delta_{\max}$ (%) jest minimalny; po prawej – optymalnym ustawieniem cewek Helmholtza dla $R = R_0$	45
3.5. Po lewej stronie – rozkład wartości składowej osiowej H_z wektora natężenia pola magnetycznego na osi dla optymalnej wartości $R = R_0$, po prawej rozkład błędu δ (%) dla $H_0 = 3$ kA/m	46
3.6. Po lewej stronie – rozkład wartości składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład wartości składowej radialnej H_r w obszarze chronionym	46
3.7. Schemat układu cewek Maxwella z przykładowo zaznaczonymi punktami pomiarowymi natężenia pola magnetycznego w obszarze chronionym	47
3.8. Po lewej stronie – wykres błędu $\delta_{\max}$ (%) w funkcji R , czarnym punktem zaznaczono pozycję, dla której błąd $\delta_{\max}$ (%) jest minimalny; po prawej – optymalne ustawienie cewek Maxwella dla $R = R_0$	47
3.9. Po lewej stronie – rozkład wartości składowej osiowej H_z wektora natężenia pola magnetycznego na osi dla optymalnej wartości $R = R_0$, po prawej – rozkład błędu δ (%) dla $H_0 = 3$ kA/m	48
3.10. Po lewej stronie – rozkład wartości składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład wartości składowej radialnej H_r w obszarze chronionym	48
3.11. Po lewej stronie – schemat solenoidu o nieznanym kształcie $r = f(z)$ i grubości t wraz z dodatkowo zaznaczonym obszarem chronionym; po prawej – wizualizacja trójwymiarowa	49
3.12. Po lewej stronie – logarytmiczny wykres normy $\ K(f_{G-N}) - p\ $ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 3,33 \cdot 10^{-4}$; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m	52
3.13. Solenoid o optymalnym kształcie, $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 3,33 \cdot 10^{-4}$	52

3.14. Po lewej stronie – logarytmiczny wykres normy $\ K(f_{G-N}) - p\ $ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 4,17 \cdot 10^{-5}$; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m	53
3.15. Solenoid o optymalnym kształcie, $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 4,17 \cdot 10^{-5}$	53
3.16. Po lewej stronie – logarytmiczny wykres normy $\ K(f_{G-N}) - p\ $ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 2,0 \cdot 10^{-4}$; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 15$ mm, $H_0 = 35$ kA/m	53
3.17. Solenoid o optymalnym kształcie, $t = 15$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 2,0 \cdot 10^{-4}$	54
3.18. Schemat blokowy optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu genetycznego (AG)	55
3.19. Po lewej stronie – wykres wartości funkcji celu F po kolejnych generacjach AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m	57
3.20. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m	57
3.21. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)	58
3.22. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 5$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)	58
3.23. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m	59
3.24. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m	59
3.25. Po lewej – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)	59
3.26. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 10$ mm, $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)	60
3.27. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $t = 15$ mm, $H_0 = 35$ kA/m	61
3.28. Solenoid o optymalnym kształcie dla $t = 15$ mm, $H_0 = 35$ kA/m	61
3.29. Po lewej stronie i na środku schemat solenoidu o nieznanym kształcie $r' = R + f(z')$ z dodatkowo zaznaczonym obszarem chronionym; po prawej – wizualizacja trójwymiarowa	62
3.30. Po lewej stronie – logarytmiczny wykres normy $\ K(f_{G-N}) - p\ $ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m	64
3.31. Solenoid o optymalnym kształcie, $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$	64
3.32. Po lewej stronie – logarytmiczny wykres normy $\ K(f_{G-N}) - p\ $ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m	65
3.33. Solenoid o optymalnym kształcie, $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$	65
3.34. Po lewej stronie – logarytmiczny wykres normy $\ K(f_{G-N}) - p\ $ w funkcji współczynnika regularyzacji α , x – punkt odpowiadający optymalnemu współczynnikowi $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m	66
3.35. Solenoid o optymalnym kształcie, $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, $\alpha_{\text{opt}} = 0,5$	66
3.36. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego	68
3.37. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego	69
3.38. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym	69

3.39. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 10$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym	70
3.40. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego	70
3.41. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego	71
3.42. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym	71
3.43. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 20$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym	72
3.44. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego	72
3.45. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego	73
3.46. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym	73
3.47. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R = 30$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym	74
3.48. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R_{\text{opt}} = 40,32$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego	74
3.49. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R_{\text{opt}} = 40,32$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, bez ograniczenia geometrycznego	75
3.50. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $R_{\text{opt}} = 49,89$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym	75
3.51. Solenoid o optymalnym kształcie dla $R_{\text{opt}} = 49,89$ cm, $H_0 = 35$ kA/m, z ograniczeniem geometrycznym	76
3.52. Po lewej stronie – schemat solenoidu o nieznanym kształcie wraz z dodatkowo zaznaczonym obszarem chronionym; po prawej – wizualizacja trójwymiarowa	77
3.53. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 35$ kA/m, bez warunku (3.16)	78
3.54. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 35$ kA/m; x, x – położenie punktów kontrolnych krzywych Béziera, bez warunku (3.16)	79
3.55. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)	79
3.56. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 35$ kA/m, z warunkiem (3.16)	80
3.57. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 45$ kA/m, bez warunku (3.16)	80
3.58. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 45$ kA/m, bez warunku (3.16)	81
3.59. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 45$ kA/m, z warunkiem (3.16)	81
3.60. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 45$ kA/m, z warunkiem (3.16)	82
3.61. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 55$ kA/m, bez warunku (3.16)	82

3.62. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 55$ kA/m, bez warunku (3.16).....	83
3.63. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 70$ kA/m, bez warunku (3.16).....	83
3.64. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 70$ kA/m, bez warunku (3.16).....	84
3.65. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 70$ kA/m, z warunkiem (3.16)	84
3.66. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 70$ kA/m, z warunkiem (3.16)	85
3.67. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 80$ kA/m, bez warunku (3.16).....	85
3.68. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 80$ kA/m, bez warunku (3.16).....	86
3.69. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) na osi solenoidu; $H_0 = 80$ kA/m, z warunkiem (3.16)	86
3.70. Solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 80$ kA/m, z warunkiem (3.16)	87
3.71. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) H_z na osi solenoidu; $H_0 = 35$ kA/m	90
3.72. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 35$ kA/m.....	90
3.73. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu δ (%) dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 35$ kA/m	91
3.74. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) H_z na osi solenoidu; $H_0 = 45$ kA/m	91
3.75. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 45$ kA/m	92
3.76. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu δ (%) dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 45$ kA/m	92
3.77. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) H_z na osi solenoidu; $H_0 = 55$ kA/m	93
3.78. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 55$ kA/m.....	93
3.79. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu δ (%) dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 55$ kA/m	94
3.80. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) H_z na osi solenoidu; $H_0 = 70$ kA/m	94
3.81. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 70$ kA/m.....	95
3.82. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu δ (%) dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 70$ kA/m	95
3.83. Po lewej stronie – wykres funkcji celu F po kolejnej generacji AG; po prawej – rozkład błędu δ (%) H_z na osi solenoidu; $H_0 = 85$ kA/m	96
3.84. Solenoid o optymalnym kształcie z liniami pola magnetycznego dla $H_0 = 85$ kA/m.....	96
3.85. Po lewej stronie – rozkład względnego błędu δ (%) dla składowej osiowej H_z w obszarze chronionym; po prawej – rozkład składowej promieniowej H_r w obszarze chronionym; $H_0 = 85$ kA/m	97
3.86. Po lewej stronie – solenoid o optymalnym kształcie dla $H_0 = 45$ kA/m; po prawej – powiększona górna część solenoidu; czarne punkty to środki przewodów z prądem $I = 10$ A	98

3.87. Po lewej stronie – kształt solenoidu, dla którego wartości współrzędnych r punktów kontrolnych krzywej Béziera zmieniono losowo o wartość η w stosunku do optymalnego kształtu uzyskanego dla $H_0 = 45$ kA/m; po prawej – kształt solenoidu, dla którego wartości współrzędnych r punktów kontrolnych krzywej Béziera zwiększono o wartość η w stosunku do kształtu optymalnego uzyskanego dla $H_0 = 45$ kA/m	99
4.1. Cylindryczny ekran wirujący w poprzecznym: a) statycznym, b) sinusoidalnie zmiennym polu magnetycznym	101
4.2. Zniekształcenie i wypychanie jednorodnego pola magnetycznego przez przewodzący ekran cylindryczny wirujący z prędkością kątową (odpowiednio od lewej) $\Omega = 0$ rad/s, 40π rad/s, 80π rad/s; $R_1 = 5$ cm, $R_2 - R_1 = 2,5$ cm, $\sigma = 5,99 \cdot 10^7$ S/m	102
4.3. Wykres współczynnika ekranowania S w funkcji prędkości kątowej Ω dla różnych konduktywności σ , $R_1 = 5$ cm, $R_2 - R_1 = 5$ mm	103
4.4. Porównanie wyrażeń dokładnego i przybliżonych na współczynnik ekranowania S w funkcji prędkości kątowej Ω , $R_1 = 10$ cm, $h = 5$ mm, $\sigma = 5,99 \cdot 10^7$ S/m	105
4.5. Linie pola magnetycznego dla różnych wartości prędkości kątowych Ω oraz pulsacji $\omega = 2\pi f$; od lewej (w rad/s): $\Omega = 0$, $\omega = 40\pi$; $\Omega = 40\pi$, $\omega = 40\pi$; $\Omega = 40\pi$, $\omega = 80\pi$; $R_1 = 5$ cm, $h = 2,5$ cm, $\sigma = 5,99 \cdot 10^7$ S/m	107
4.6. Współczynnik ekranowania S w funkcji prędkości kątowej Ω dla różnych wartości częstotliwości f zewnętrznego pola magnetycznego: (x) $\rightarrow f_1 = 0$ Hz, (o) $\rightarrow f_2 = 25$ Hz, ($\square$) $\rightarrow f_3 = 50$ Hz, (+) $\rightarrow f_4 = 75$ Hz; $R_1 = 10$ cm, $h = 5$ mm, $\sigma = 5,99 \cdot 10^7$ S/m	107
4.7. Wykres współczynnika ekranowania S w funkcji prędkości kątowej Ω różnych wartości względnej przenikalności magnetycznej μ_r , $R_1 = 10$ cm, $R_2 - R_1 = 5$ mm	108

Tabele

2.1. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów	20
2.2. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów	24
2.3. Wyniki optymalizacji dla różnych wartości współczynnika ekranowania S	27
2.4. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla prostej łamanej	29
2.5. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla krzywej Béziera	29
2.6. Wyniki optymalizacji dla różnych wartości wag w_i	34
2.7. Wyniki optymalizacji dla różnych wartości wag w_i	38
3.1. Wyniki optymalizacji	54
3.2. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla grubości solenoidu $t = 5$ mm	56
3.3. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla grubości solenoidu $t = 10$ mm	58
3.4. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów dla grubości solenoidu $t = 15$ mm	60
3.5. Wyniki optymalizacji	61
3.6. Wyniki optymalizacji	67
3.7. Dolne i górne krańce przedziałów, z których losowano wartości parametrów	68

3.8. Wyniki optymalizacji.....	76
3.9. Dolne i górne końce przedziałów, z których losowano wartości parametrów.....	78
3.10. Wyniki optymalizacji.....	87
3.11. Dolne i górne końce przedziałów, z których losowano wartości parametrów.....	89
3.12. Wyniki optymalizacji.....	97
3.13. Wpływ niedokładności wykonania solenoidu na względny błąd δ	99



✓
Biblioteka Główna
Zachodniopomorskiego Uniwersytetu
Technologicznego w Szczecinie

CZ.54394



001-054394-00-0

ISBN 978-83-7666-089-2