



WPROWADZANIE I ANALIZA ZABURZEŃ PARAMETRÓW W NIEPEWNYCH UKŁADACH DYSKRETNYCH

Przemysław ORŁOWSKI¹⁾

¹⁾Politechnika Szczecińska, Instytut Automatyki Przemysłowej

Streszczenie: *W artykule przeprowadzono analizę niepewności występującej w układach dynamicznych, oraz przedstawiono sposoby wprowadzania jej do modelu matematycznego układu. Przeanalizowano sześć struktur wprowadzania niepewności do układu, m.in. postać addytywną, multiplikatywną, w sprzężeniu zwrotnym na wejściu i wyjściu układu. W dalszej części artykułu przeprowadzono analizę układu elektrycznego, z rzeczywistymi, niepewnymi parametrami. Przyjęto, że zakres zmian parametrów jest ograniczony i może być opisany rozkładem prostokątnym. Rozpatrzono dwa przykłady. Pierwszy, w którym występujące źródła zaburzeń poszczególnych parametrów układu są nieskorelowane oraz drugi, w którym wszystkie zaburzenia mają to samo źródło (w tym przypadku temperaturę). Błędy wyjścia zostały oszacowane bazując na metodzie wykorzystującej dyskretne operatory ewolucyjne. Rezultaty porównano z odpowiedziami układu wyznaczonymi dla ekstremalnych wartości parametrów.*

1. WPROWADZENIE

Niepewność może być wprowadzana do modelu układu na wiele różnych sposobów. Najczęściej wybrana metoda zależy od zastosowanego sposobu opisu. Układ może być opisany układem równań różniczkowych lub różnicowych, rekurencyjnym modelem w przestrzeni stanu lub przy wykorzystaniu notacji operatorowej. Najczęściej jest wykorzystywany operator Laplace'a, który pozwala zapisać funkcję przejścia układu, jednak w niektórych zastosowaniach bardziej użyteczne mogą być operatory ewolucyjne, opisane m.in. w [4, 10, 11], lub operatory w ogólności. Niezależnie od przyjętego sposobu opisu można wyróżnić sześć struktur pozwalających wprowadzać niepewność do układu.

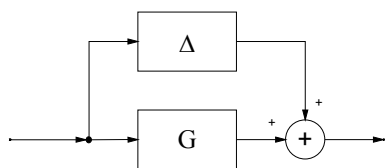
2. STRUKTURY WPROWADZANIA NIEPEWNOŚCI DO MODELU

Poniżej przedstawiono sześć różnych metod wprowadzania niepewności do modelu układu. G może być zarówno macierzą, funkcją przejścia jak również operatorem układu. Zaburzenie Δ może być skalar, macierzą, funkcją przejścia lub operatorem. Najczęściej jest to skalar bądź macierz. Wszystkie struktury mogą być wykorzystywane zarówno do układów stacjonarnych jak i zmiennych w czasie.

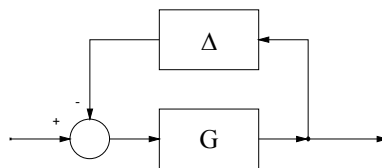
Zaburzenie addytywne i zaburzenie w sprzężeniu zwrotnym wokół obiektu

Ten typ zaburzenia jest najczęściej wykorzystywany do modelowania addytywnych błędów obiektu oraz niepewnych zer układu [8]. Schemat blokowy układu z zaburzeniem addytywnym przedstawiono na rys. 1. Aby zapewnić odwracalność macierzy muszą być spełnione warunki (2) dla $(\mathbf{I}+\mathbf{G}_\Delta)$ oraz (3) dla $\mathbf{G}_\Delta$.

$$\mathbf{G}_\Delta = \mathbf{G} + \Delta \quad (1), \quad \sigma_{\max}(\Delta) < \sigma_{\min}(\mathbf{I} + \mathbf{G}) \quad (2), \quad \sigma_{\max}(\Delta) < \sigma_{\min}(\mathbf{G}) \quad (3)$$



Rys. 1. Zaburzenie addytywne



Rys. 2. Zaburzenie subtraktywne

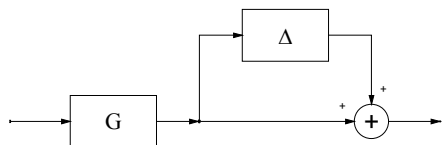
Zaburzenie w sprzężeniu zwrotnym wokół obiektu (subtraktywne) jest najczęściej wykorzystywane do modelowania niskoczęstotliwościowych błędów obiektu oraz zmiennych wartości biegunów układu. Schemat blokowy przedstawia rys. 2. Warunki gwarantujące odwracalność macierzy $(\mathbf{I}+\mathbf{G}_\Delta)$ (5) oraz $\mathbf{G}_\Delta$ (6).

$$\mathbf{G}_\Delta = (\mathbf{G}^{-1} + \Delta)^{-1} \quad (4), \quad \sigma_{\max}(\Delta) < \sigma_{\min}(\mathbf{I} + \mathbf{G}^{-1}) \quad (5), \quad \sigma_{\max}(\Delta) < \sigma_{\min}(\mathbf{G}^{-1}) \quad (6)$$

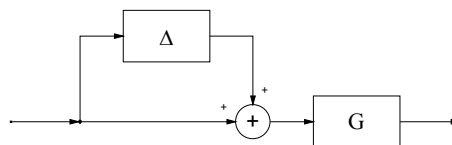
Zaburzenie multiplikatywne na wyjściu i na wejściu

Zaburzenie multiplikatywne na wyjściu (post-multiplikatywne) jest najczęściej wykorzystywane do modelowania zaburzeń wyjściowych, uproszczeń dynamiki w zakresie wysokich częstotliwości oraz zmiennych wartości zer układu. Schemat blokowy zaburzenia przedstawia rys. 3. Układ można opisać następująco

$$\mathbf{G}_\Delta = \mathbf{G} \cdot (\mathbf{I} + \Delta) \quad (7)$$



Rys. 3. Zaburzenie post-multiplikatywne



Rys. 4. Zaburzenie pre-multiplikatywne

Zaburzenie multiplikatywne na wejściu (pre-multiplikatywne) służy najczęściej do modelowania zaburzeń wejściowych, uproszczeń dynamiki w zakresie wysokich częstotliwości oraz zmiennych wartości zer układu. Schemat blokowy zaburzenia przedstawia rys. 4. Układ można zapisać następująco

$$\mathbf{G}_\Delta = (\mathbf{I} + \Delta) \cdot \mathbf{G} \quad (8)$$

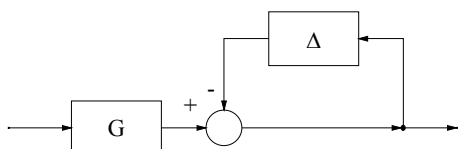
Warunki na odwracalność są takie same dla niepewności multiplikatywnej na wyjściu i na wejściu układu dla $(\mathbf{I}+\mathbf{G}_\Delta)$ (9) oraz dla $\mathbf{G}_\Delta$ (10).

$$\sigma_{\max}(\Delta) < \sigma_{\min}(\mathbf{I} + \mathbf{G}^{-1}) \quad (9), \quad \sigma_{\max}(\Delta) < 1 \quad (10)$$

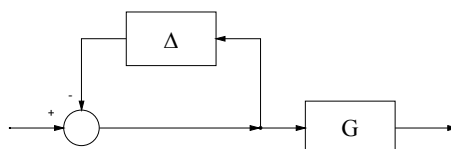
Zaburzenie w sprzężeniu zwrotnym na wyjściu i na wejściu

Zaburzenie w sprzężeniu zwrotnym na wyjściu (post_divisional) służy najczęściej do modelowania uproszczeń dynamiki w zakresie niskich częstotliwości oraz zmiennych wartości biegunów układu. Schemat blokowy jest przedstawiony na rys. 5. Układ może być opisany następująco

$$\mathbf{G}_\Delta = \mathbf{G} \cdot (\mathbf{I} + \Delta)^{-1} \quad (11)$$



Rys. 5. Zaburzenie post-divisional



Rys. 6. Zaburzenie pre-divisional

Zaburzenie w sprzężeniu zwrotnym na wejściu (pre-divisional) podobnie jak zaburzenie w sprzężeniu zwrotnym na wyjściu służy najczęściej do modelowania uproszczeń dynamiki w zakresie niskich częstotliwości oraz zmiennych wartości biegunów układu. Schemat blokowy jest przedstawiony na rys. 6. Opis matematyczny układu jest następujący

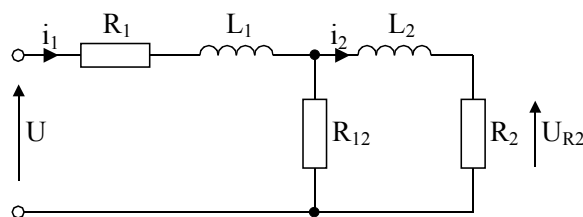
$$\mathbf{G}_\Delta = (\mathbf{I} + \Delta)^{-1} \cdot \mathbf{G} \quad (12)$$

Warunki na odwracalność są takie same dla niepewności w sprzężeniu zwrotnym na wyjściu i na wejściu układu dla $(\mathbf{I} + \mathbf{G}_\Delta)$ (13) oraz dla $\mathbf{G}_\Delta$ (14)

$$\sigma_{\max}(\Delta) < \sigma_{\min}(\mathbf{I} + \mathbf{G}) \quad (13), \quad \sigma_{\max}(\Delta) < 1 \quad (14)$$

3. ANALIZA NIEPEWNEGO UKŁADU ELEKTRYCZNEGO

Model niepewności, jaki zostanie wybrany dla danego układu jest zdeterminowany



Rys. 7. Schemat obwodu elektrycznego

przez czynniki takie, jak model samego układu oraz aspekty obliczeniowe. Zastosowanie pewnych struktur powoduje, że model staje się bardziej przejrzysty i łatwiejszy do interpretacji. Z drugiej strony pewne narzędzia ma-

tematyczne są przystosowane jedynie do pewnych modeli i nie mogą być wykorzystywane z innymi. Rys. 7 przedstawia schemat obwodu elektrycznego. Parametry elementów są obciążone niepewnościami o rozkładzie prostokątnym. Poniżej zapisano odpowiadający model dyskretny w przestrzeni zmiennych stanu.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= (\mathbf{I} + \mathbf{A}(k) \cdot T) \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k) \cdot T \cdot U(k) \\ U_{R2}(k) &= \mathbf{C}(k) \cdot \mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{(R_1 + R_{12})}{L_1} & \frac{R_{12}}{L_1} \\ \frac{R_{12}}{L_2} & -\frac{(R_2 + R_{12})}{L_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [0 \quad R_2], \quad \mathbf{D} = [0] \quad (16)$$

Wartości parametrów przyjęte w symulacji: $T = 5 \cdot 10^{-5}$ s oraz horyzont czasowy, $N=50$, $k = 0, 1, \dots, N-1$.

Oszacowania odchylenia wyjścia można wyznaczyć wykorzystując twierdzenia podane w [4, 10, 11]. Podstawowe zależności zapisano poniżej

$$\|\mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\| \leq \left[\|\hat{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{L}^F\| \cdot \delta_A + \delta_C \right] \cdot \frac{\|\mathbf{x}_p\| + \|\mathbf{L}^F\| \cdot \delta_B \cdot \|\mathbf{v}_p\|}{1 - \|\mathbf{L}^F\| \cdot \delta_A} + \|\hat{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{L}^F\| \cdot \delta_B \cdot \|\mathbf{v}_p\| \quad (17)$$

$$\|\mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\| \leq \frac{\|\hat{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{K}^F\| \cdot \delta_A + \delta_{CN}}{1 - \|\mathbf{L}^F\| \cdot \delta_A} \cdot \left[\|\mathbf{x}_p\| + \|\mathbf{L}^F\| \cdot \delta_B \cdot \|\mathbf{v}_p\| \right] + \|\hat{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{K}^F\| \cdot \delta_B \cdot \|\mathbf{v}_p\| \quad (18)$$

przy czym spełniony musi być warunek $\delta_A < \|\mathbf{L}^F\|^{-1}$ (19)

Istnieją dwie możliwości wyznaczania norm operatorów $\mathbf{L}^F$, $\mathbf{C}\mathbf{L}^F$, $\mathbf{C}\mathbf{K}^F$. Pierwsza wykorzystuje dyskretne, różnicowe równanie Riccatiego, a szczegółowy opis można znaleźć w [4, 10]. Druga bazuje na dekompozycji singularnej, a szczegółowy opis przedstawiono w [11]. Do oszacowania odchylenia wyznaczone w dalszej części pracy wykorzystano zależności (17,18) a wartości operatorów zostały wyznaczone metodą opartą na dekompozycji singularnej.

Wyznaczanie odchylenia dla nieskorelowanych zaburzeń układu

W przypadku tym wszystkie zaburzenia elementów układu są od siebie niezależne, a parametry nominalne nie ulegają zmianie w trakcie działania układu. W symulacji przyjęto następujące wartości elementów układu:

$$R_1 = R_{1n} = 100\Omega,$$

$$R_2 = (1 + \delta_{R2}) \cdot R_{2n} = (1 + \delta_{R2}) \cdot 200\Omega, \quad \delta_{R2} \in \langle -0.2, 0.25 \rangle, \quad R_2 \in \langle 160, 250 \rangle \Omega,$$

$$R_{12} = R_{12n} = 1000\Omega,$$

$$L_1 = (1 + \delta_{L1}) \cdot L_{1n} = (1 + \delta_{L1}) \cdot 0.1\text{H}, \quad \delta_{L1} \in \langle -0.2, 0.2 \rangle, \quad L_1 \in \langle 0.08, 0.12 \rangle \text{H}$$

$$L_2 = (1 + \delta_{L2}) \cdot L_{2n} = (1 + \delta_{L2}) \cdot 0.1\text{H}, \quad \delta_{L2} \in \langle -0.2, 0.2 \rangle, \quad L_2 \in \langle 0.08, 0.12 \rangle \text{H}$$

Poniżej zostały przedstawione współczynniki wyznaczone dla zaburzenia addytywnego wraz z kresami dolnym i górnym.

$$a_{11} = a_{11n} + a_{11\delta} \quad (20), \quad a_{11\delta} \in \langle a_{11\delta-}, a_{11\delta+} \rangle \quad (21)$$

$$a_{11\delta-} = \frac{(R_{1n} + R_{12n}) \cdot (L_{1n} - L_{1+})}{L_{1n} \cdot L_{1+}} \quad (22), \quad a_{11\delta+} = \frac{(R_{1n} + R_{12n}) \cdot (L_{1n} - L_{1-})}{L_{1n} \cdot L_{1-}} \quad (23)$$

$$a_{12\delta-} = \frac{R_{12n} \cdot (L_{1-} - L_{1n})}{L_{1n} \cdot L_{1-}} \quad (24), \quad a_{12\delta+} = \frac{R_{12n} \cdot (L_{1+} - L_{1n})}{L_{1n} \cdot L_{1+}} \quad (25)$$

$$a_{21\delta-} = \frac{R_{12n} \cdot (L_{2-} - L_{2n})}{L_{2n} \cdot L_{2-}} \quad (26), \quad a_{21\delta+} = \frac{R_{12n} \cdot (L_{2+} - L_{2n})}{L_{2n} \cdot L_{2+}} \quad (27)$$

$$a_{22\delta-} = \frac{(R_{2-} + R_{12n}) \cdot L_{2n} - (R_{2n} + R_{12n}) \cdot L_{2+}}{L_{2n} \cdot L_{2+}} \quad (28), \quad a_{22\delta+} = \frac{(R_{2+} + R_{12n}) \cdot L_{2n} - (R_{2n} + R_{12n}) \cdot L_{2-}}{L_{2n} \cdot L_{2-}} \quad (29)$$

$$b_{1\delta-} = \frac{L_{1n} - L_{1+}}{L_{1n} \cdot L_{1+}}, \quad b_{1\delta+} = \frac{L_{1n} - L_{1-}}{L_{1n} \cdot L_{1-}} \quad (30), \quad c_{1\delta-} = R_{2-} - R_{2n}, \quad c_{1\delta+} = R_{2+} - R_{2n} \quad (31)$$

Model układu może wówczas zostać zapisany w następującej formie

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{I} + (\mathbf{A}_n(k) + \Delta_A(k)) \cdot T) \cdot \mathbf{x}(k) + (\mathbf{B}_n(k) + \Delta_B(k)) \cdot T \cdot \mathbf{u}(k) \quad (32)$$

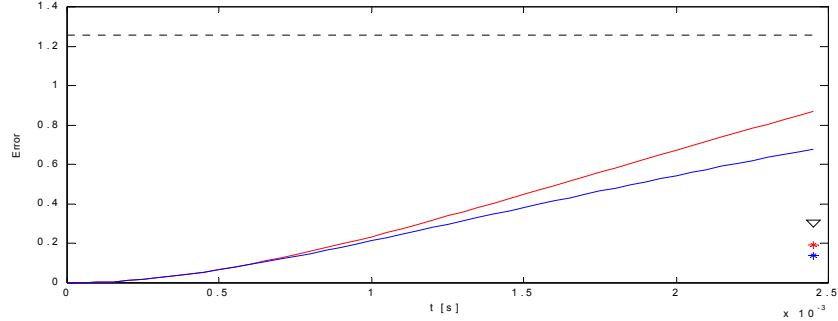
$$\mathbf{y}(k) = (\mathbf{C}(k) + \Delta_C(k)) \cdot \mathbf{x}(k)$$

$$\text{gdzie } \Delta_A = \begin{bmatrix} a_{11\delta} & a_{12\delta} \\ a_{21\delta} & a_{22\delta} \end{bmatrix}, \quad \Delta_B = \begin{bmatrix} b_{1\delta} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta_C = \begin{bmatrix} 0 & c_{1\delta} \end{bmatrix} \quad (33)$$

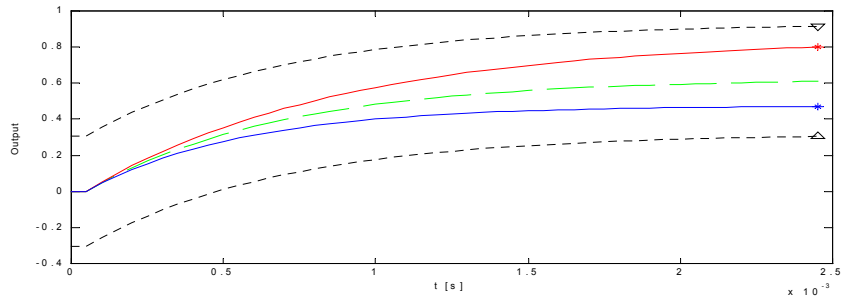
Wykorzystując zależności podane w [11], dla podanego powyżej układu oraz parametrów wyznaczono normy $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ operatorów układu. Na rys. 8 przedstawiono wyznaczoną wartość oszacowania normy błędu $\|\mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\|_2$ (kolor czarny, linia kropkowana) i $\|\mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\|_2$ (kolor czarny, trójkąt). Rzeczywisty przebieg normy błędu $\|\mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\|_2$ przedstawiono dla ekstremalnej dodatniej (kolor czerwony, linia ciągła) i ekstremalnej ujemnej (kolor niebieski, linia ciągła) macierzy zaburzenia. Ekstremalne wartości normy $\|\mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\|_2$ zaznaczono czerwoną i niebieską gwiazdką. Obliczone wartości ekstremalne wraz z oszacowaniem błędów zebrano w tab. 1. Na rys. 9 przedstawiono wyznaczoną wartość oszacowania trajektorii wyjścia układu $\mathbf{y}_p \pm \|\mathbf{y}_\Delta - \mathbf{y}_p\|_\infty$ (kolor czarny, linia kropkowana) oraz wektora końcowego (czarne trójkąty). Linia przerywana zieloną przedstawia przebieg wyjściowy układu nominalnego.

Norma	Osza- cowanie	Ekstremalna wartość dodatnia	Ekstremalna wart. ujemna	Błąd względny
$\ \mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\ _2$	1.2580	0.8691	0.6794	0.4474
$\ \mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\ _2$	0.3071	0.1912	0.1388	0.6064
$\ \mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\ _\infty$	0.3048	0.1912	0.1388	0.5944
$\ \mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\ _\infty$	0.3048	0.1912	0.1388	0.5944

Tab. 1 Oszacowania oraz ekstremalne wartości norm $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$.



Rys. 8. Normy błędów $\|\mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\|_2$ (linia ciągła) oraz $\|\mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\|_2$ (gwiazdki) w funkcji czasu oraz ich oszacowania (linia kropkowana, trójkąt).



Rys. 9. Trajektorie wyjścia $\mathbf{y}_\Delta(\cdot)$ (linia ciągła), $\mathbf{y}_p(\cdot)$ (przerywana) w funkcji czasu, $\mathbf{y}_\Delta(N)$ (gwiazdki) oraz oszacowanie $\mathbf{y}_p \pm \|\mathbf{y}_\Delta - \mathbf{y}_p\|_\infty$ (linia kropkowana, trójkąty).

Wyznaczanie odchyleń dla skorelowanych zaburzeń układu

W przypadku tym przyjęto, że wszystkie zaburzenia parametrów układu mają jedno źródło, którym jest temperatura. Analiza i symulacja została przeprowadzona dla następujących wartości elementów.

$$R_1 = (1 + \text{TWR} \cdot \delta T) \cdot R_{1n} = (1 + 10^{-4} \cdot \delta T) \cdot 100\Omega, \quad \delta T \in \langle -20, 20 \rangle^\circ \text{C}$$

$$R_2 = (1 + \text{TWR} \cdot \delta T) \cdot R_{2n} = (1 + 10^{-4} \cdot \delta T) \cdot 200\Omega,$$

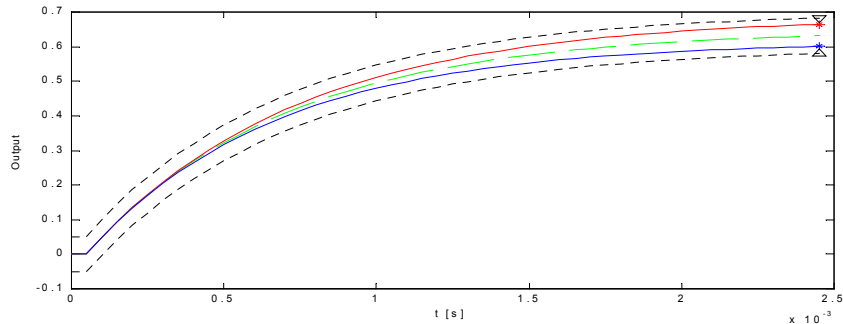
$$R_{12} = (1 + \text{TWR} \cdot \delta T) \cdot R_{12n} = (1 + 10^{-4} \cdot \delta T) \cdot 1000\Omega,$$

$$L_1 = (1 + \text{TWL} \cdot \delta T) \cdot L_{1n} = (1 + 10^{-5} \cdot \delta T) \cdot 0.1\text{H},$$

$$L_2 = (1 + \text{TWL} \cdot \delta T) \cdot L_{2n} = (1 + 10^{-5} \cdot \delta T) \cdot 0.1\text{H},$$

Wykorzystując narzędzia opisane w [11] wyznaczono normy operatorów $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$. Wykorzystując zależności (17-19), wyznaczono oszacowania $\|\mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\|_2$ oraz $\|\mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\|_2$ przedstawione na rys. 11. Rzeczywiste charakterystyki normy błęd $\|\mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\|_2$ wyznaczono dla ekstremalnych do-

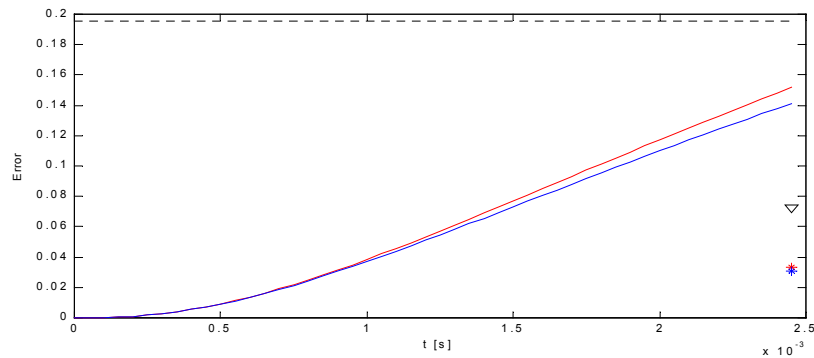
datnich i ujemnych wartości zaburzeń i oznaczono linią ciągłą. Obliczone wartości norm zostały zebrane w tab. 2. Na rys. 10 wykreślono oszacowanie trajektorii $\mathbf{y}_p \pm \|\mathbf{y}_\Delta - \mathbf{y}_p\|_\infty$ oraz wartości końcowej. Rzeczywiste przebiegi wyjścia, wyznaczone dla ekstremalnych wartości zaburzeń zostały oznaczone linią ciągłą i wykreślone na rys. 10.



Rys. 10. Trajektorie wyjścia $\mathbf{y}_\Delta(\cdot)$ (linia ciągła), $\mathbf{y}_p(\cdot)$ (przerywana) w funkcji czasu, $\mathbf{y}_\Delta(N)$ (gwiazdki) oraz oszacowanie $\mathbf{y}_p \pm \|\mathbf{y}_\Delta - \mathbf{y}_p\|_\infty$ (linia kropkowana, trójkąty).

Norma	Oszacowanie	Ekstremalna wartość dodatnia	Ekstremalna wart. ujemna	Błąd względny y
$\ \mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\ _2$	0.1958	0.1518	0.1412	0.2895
$\ \mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\ _2$	0.0727	0.0335	0.0306	1.1724
$\ \mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\ _\infty$	0.0514	0.0335	0.0306	0.5349
$\ \mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\ _\infty$	0.0514	0.0335	0.0306	0.5349

Tab. 2. Oszacowania oraz ekstremalne wartości norm $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$.



Rys. 11. Normy błędów $\|\mathbf{y}_\Delta(\cdot) - \mathbf{y}_p(\cdot)\|_2$ (linia ciągła) oraz $\|\mathbf{y}_\Delta(N) - \mathbf{y}_p(N)\|_2$ (gwiazdki) w funkcji czasu oraz ich oszacowania (linia kropkowana, trójkąt).

4. PODSUMOWANIE

W pracy została przeprowadzona analiza w dziedzinie czasu, przy skończonym horyzoncie czasowym. Dla układów stacjonarnych oraz układów periodycznie zmiennych w czasie, operatory są inwariantne (dla układu periodycznie niestacjonarnego horyzont analizy musi być równy okresowi zmian parametrów). W takim przypadku ich normy mogą być wyznaczone tylko raz.

Jakość powyższych oszacowań zależy w dużym stopniu od charakteru układu. Aby otrzymać mniej konserwatywne wartości oszacowań celowe jest skracanie horyzontu analizy, szczególnie dla układów o charakterze oscylacyjnym. Z drugiej strony krótki horyzont analizy powoduje zwiększenie się wpływu zakłóceń o charakterze losowym, w szczególności szumów. Rzeczywista długość horyzontu analizy musi być kompromisem pomiędzy dążeniem do uzyskania dokładnych oszacowań i zminimalizowania wpływu szumów.

Jakkolwiek przedstawiono szczegółowy opis układu poddanego analizie, metoda powyższa nie wymaga dokładnej znajomości modelu obiektu. Wystarczą jedynie wartości współczynników modelu (pozyskane np. z identyfikacji) oraz oszacowania ekstremalnych odchylen tych współczynników.

LITERATURA

1. Dorf, R.C., Bishop, R.H. (1998). *Modern Control Systems*. Addison Wesley Longman, Inc.
2. Emirsajłow, Z. (1996). Finite time output tracking and uncertain systems. *Proceedings of 4th IEEE Mediterranean Symposium on Control and Automation*, Crete.
3. Emirsajłow, Z. (1997). Control problems on a finite time horizon and uncertain systems. *Proceedings of the 4th European Control Conference*. Brussels.
4. Emirsajłow Z., Orłowski P. (1999). Analiza niepewnego dyskretnego układu sterowania przy skończonym horyzoncie czasowym, *Materiały 9 Krajowej Konferencji Automatyki*, Opole, vol. I, pp. 107-112
5. Emirsajłow Z., Orłowski P. (2001). *Determination of an Initial State for Uncertain Discrete Time-Varying Systems*, Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Międzyzdroje, Poland 28-31.08.2001, vol. I, pp. 315-319.
6. Golub, G.H. Van Loan, C.F. (1983). *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland.
7. Green M., Limebeer, D.J.N. (1995). *Linear Robust Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
8. Hoary, T. (1996). H^2/H^∞ Theory. *Background and Recent Extensions*. M.Sc. Dissertation, UMIST, Manchester.
9. Ogata, K. (1995). *Discrete-Time Control Systems*. Prentice Hall, Englewood Cliff, New Jersey.
10. Orłowski P., (2000). Deviations estimates for uncertain time-varying discrete-time systems, *3rd IFAC Symposium on Robust Control Design*, Prague, CD-ROM art. 132.
11. Orłowski P. (2001). Applications of Discrete Evolution Operators in Time-Varying Systems, *Proc. of the European Control Conference*, Porto, Portugal, pp. 3259-3264.
12. Orłowski, P. (2000/3). Selected Problems of Uncertainty Estimates for Non-linear Discrete-Time Systems. *Archiwum konferencji PTETiS* vol. 9, str. 195-199.