

ZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY W SZCZECINIE

PRZEMYSŁAW ORŁOWSKI

**ZASTOSOWANIA NOTACJI OPERATOROWEJ I UPROSZCZONYCH
METOD CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH DO NIESTACJONARNYCH
UKŁADÓW DYSKRETNÝCH W ZAGADNIENIACH ANALIZY
SYSTEMÓW I STEROWANIA**

SZCZECIN 2011

Recenzenci

KRZYSZTOF LATAWIEC

ZBIGNIEW EMIRSAJŁOW

Opracowanie redakcyjne

ANNA MARIĄSKA

WYDANO ZA ZGODĄ

REKTORA ZACHODNIOPOMORSKIEGO UNIwersYTETU TECHNOLOGICZNEGO W SZCZECINIE

ISBN 978-83-7663-099-1

Wydawnictwo Uczelniane Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie

70-311 Szczecin, al. Piastów 50, tel. 91 449 47 60, e-mail: wydawnictwo@zut.edu.pl

Druk: PPH „Zapól” Dmochowski, Sobczyk, Sp.j., 71-062 Szczecin, al. Piastów 42, tel. 91 434 10 21

e-mail: zarzad@zapol.com.pl

SPIS TREŚCI

WYKAZ OZNACZEŃ I AKRONIMÓW	7
Oznaczenia	7
Akronimy	11
WPROWADZENIE	13
1. NIESTACJONARNY MODEL UKŁADU DYSKRETNEGO	23
1.1. Operatory wektorowe	26
1.2. Operator przejścia układu	28
1.3. Podstawowe własności operatora przejścia	30
1.3.1. Układ przyczynowy	30
1.3.2. Układ antyprzyczynowy	31
1.3.3. Układ nieprzyczynowy	32
1.3.4. Układ niestacjonarny statyczny	32
1.4. Operator przesunięcia czasowego	33
1.5. Operatory diagonalne	34
1.6. Dyskretne operatory ewolucyjne	35
1.7. Klasyfikacja układów niestacjonarnych	37
1.8. Porównanie notacji operatorowej i opisu w przestrzeni stanu	39
1.9. Stabilność układów niestacjonarnych	41
1.9.1. Stabilność krótkoczasowa	43
1.9.2. Stabilność układów niestacjonarnych ze sprzężeniem zwrotnym	44
Podsumowanie	45
2. ANALIZA UKŁADÓW NIESTACJONARNYCH	47
2.1. Estymacja adaptacyjna systemów niestacjonarnych	49
2.1.1. Metoda najmniejszych kwadratów	49
2.1.2. Estymacja minimalno-średniokwadratowa	53
Wnioski	55
2.2. Metody analizy sygnałów częstotliwościowe i czasowo-częstotliwościowe	56
2.2.1. Dyskretna transformacja Fouriera	57
2.2.2. Krótkoczasowa transformacja Fouriera	59
2.2.3. Transformacja Gabora	60
2.2.4. Transformacja falkowa	60
2.2.5. Transformacja S	61

2.2.6.	Metoda Prony'ego	62
	Wnioski	63
2.3.	Transformacja czasowo-częstotliwościowa układu	63
2.3.1.	Dyskretna dwuwymiarowa funkcja przejścia	64
2.3.2.	Dyskretna dwuwymiarowa funkcja rozrzutu	66
2.3.3.	Macierz transformacji układu dyskretnego	67
2.3.4.	Uśredniona funkcja przejścia	71
2.4.	Transformacja SVD-DFT	72
2.4.1.	Rozkład według wartości osobliwych	72
2.4.2.	Wzmocnienie energetyczne układu	75
2.4.3.	Transformacja częstotliwościowa operatora przejścia układu niestacjonarnego	77
2.4.4.	Związek gęstości widmowej mocy z transformatą wektorów szczególnych operatora przejścia układu	78
2.4.5.	Krótkoczasowe, przybliżone charakterystyki częstotliwościowe	81
2.5.	Przykłady numeryczne	83
2.5.1.	Układ o zmiennej strukturze	83
2.5.2.	Filtr cyfrowy o zmiennych w czasie współczynnikach	88
2.5.3.	Uproszczona analiza układu oscylacyjnego o parametrach zależnych od stanu	92
2.5.4.	Analiza układu oscylacyjnego o zmiennych w czasie parametrach w ruchomym horyzoncie czasowym	96
	Podsumowanie	102
3.	STOPIEŃ NIESTACJONARNOŚCI UKŁADU	105
3.1.	Funkcja rozrzutu	107
3.2.	Rozproszenie widm wektorów własnych układu	109
3.2.1.	Ważone tłumienie wstęgi głównej (TWG)	110
3.2.2.	Ważona względna odległość odpowiadających sobie widm (WOW)	111
3.2.3.	Wskaźnik wzajemnego odstepu (WVO)	112
3.2.4.	Przykład numeryczny	113
3.3.	Wskaźnik efektów sieciowych – przykład zastosowań	114
3.3.1.	Wskaźnik degradacji układu	117
3.3.2.	Przykład numeryczny	118
	Podsumowanie	122
4.	ANALIZA UKŁADÓW NIEPEWNYCH	123
4.1.	Metody wprowadzania zaburzeń do układu	125
4.2.	Model układu niestacjonarnego z zaburzeniem addytywnym	127
4.3.	Metody ograniczania zaburzeń macierzowych	130
4.3.1.	Zaburzenie z ograniczoną normą	131
4.3.2.	Zaburzenie ograniczone strukturalnie	131
4.3.3.	Zaburzenie ograniczone wartościowo	132
4.3.4.	Zaburzenie ograniczone parametrycznie	133
4.4.	Szacowanie ograniczeń w dziedzinie częstotliwości	134

4.5.	Analiza niepewnego układu o zmiennej strukturze – przykład	137
	Podsumowanie	139
5.	PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ W UKŁADACH NIELINIOWYCH	141
5.1.	Analiza zbieżności iteracyjnego algorytmu NMPC	143
5.1.1.	Aproksymacja układem niestacjonarnym	143
5.1.2.	Rozkład addytywny	149
5.1.3.	Przykłady obliczeniowe	153
5.1.4.	Ilościowe porównanie efektywności metod dla układu wahadła	157
	Wnioski	163
5.2.	Szacowanie normy odchylenia wyjścia nieliniowego, niepewnego układu sterowania	163
5.2.1.	Model niepewnego układu nieliniowego	164
5.2.2.	Szacowanie norm zaburzeń	167
5.2.3.	Układ sterowania	168
5.2.4.	Wskaźnik kosztu	169
5.2.5.	Szacowanie odchylen wyjścia i stanu układu	170
5.2.6.	Przykład obliczeniowy	173
	Wnioski	176
	ZAKOŃCZENIE I WNIOSKI	179
	LITERATURA	183
	Summary	201
	Zusammenfassung	203

APPLICATION OF OPERATOR NOTATION AND SIMPLIFIED FREQUENCY METHODS TO NON-STATIONARY DISCRETE SYSTEMS IN ISSUES RELATED TO SYSTEM ANALYSIS AND CONTROL

Summary

The paper provides comprehensive discussion of issues related to analysis of discrete non-stationary linear systems specified in the finite time horizon. Methods were developed which provide extension of the tools for analysis of the system transition operator, taking frequency related issues into account, and the degree of non-stationarity was specified. The paper integral part is its application aspect that facilitates practical use of the results in analysis and synthesis of the uncertain, non-linear discrete systems and filters with time-varying coefficients.

In the first part an operator notation dedicated to description of non-stationary discrete systems was introduced. The notation includes the definitions of column operators, sequence of dimensions, and system transition operator, used to represent non-stationary discrete systems with variable number of inputs and outputs and system rank. An analysis of basic properties of the transition operator was made. A time-shift operator was introduced, as well as diagonal operators and discrete evolution operators that make it possible to determine the system transition operator and, additionally, free response operator of the non-stationary system in an alternative way. Discrete non-stationary systems were classified and, moreover, the introduced operator notation for discrete systems was compared with the recurrent model in state space.

Second part constitutes a discussion of basic tools for analysis of non-stationary systems. Concerning the method of time-frequency transformation of single-input-single-output systems an adaptation was made of such definitions as two-dimensional transition function, modulating function, Weyl symbol, and based on them definitions of spread functions. Transformation matrix capable of determination of the abovementioned functions for discrete systems pursuant to matrix transformations of the system transition operator specified in the finite time horizon was defined. A significant and original achievement of the author is development of the method of simplified frequency analysis of the non-stationary system based on the singular value decomposition of the system transition operator, discrete Fourier transform and properties of the power spectral density. Thanks to this method approximation of Bode plots for non-stationary systems is possible. These plots are convergent with classical Bode diagrams for stationary systems for the length of the analysis time horizon aiming at infinity.

In the third part attention is focused on the application of the defined tools in practical issues pertaining to analysis of non-stationary systems. They enable one to determine the degree of non-stationarity of a system or its time-frequency variability. They are adapted to discrete systems and properties of two-dimensional spread functions are discussed. Subsequently, definitions of three basic indicators of non-stationarity were introduced, which use properties of the decomposition pursuant to particular values and a discrete Fourier transform of the system transition operator. The possibilities for using the indicator of system non-stationarity in quantitative assessment of the impact of effects of delay and losing information in distributed control systems with communication based on computer networks were discussed in detail.

Another significant area of application of the introduced frequency tools in non-stationary systems is an analysis of uncertain systems. Definitions of the concepts of uncertainty and disturbance were presented in the paper, and sources of uncertainty and methods of their introduction into the system mathematical model were discussed. For the particular, additive form of matrix disturbance of the model in state space, transformation was made to describe it in form of transition operator. Subsequently, assessments of disturbance of transition operator in the function of operators of the nominal system and assessments of matrix disturbance of the model in state space for four forms of matrix limitations for the disturbance were presented. On the basis of the obtained results, a method of assessment of the upper limitation of amplitude characteristics of uncertain system for parametrically limited additive disturbance was formulated.

In the last part of paper, the introduced notation was applied in non-stationary systems to solve two problems pertaining to control and analysis of non-linear systems. The first one concerns determining convergences of iterative algorithm of non-linear predictive control for the model of linearised system along the forecast trajectory. The second issue is the application of the model of linearised system along the forecast trajectory to assess maximum deviation of output trajectory or uncertain state of the discrete non-linear system.

VERWENDUNG DER OPERATORENNOTATION UND DER VEREINFACHTEN FREQUENZMETHODEN FÜR NICHTSTATIONÄRE DISKRETSYSTEME FÜR DIE PROBLEMATIK DER SYSTEMANALYSE UND STEUERUNG

Zusammenfassung

In der Arbeit wurde in einer komplexen Weise die Problematik im Zusammenhang mit der Analyse der nichtstationären linearen Systeme in einem endlichen Zeithorizont besprochen. Es wurden Methoden erarbeitet, die eine Erweiterung der Analyseninstrumente des Systemübergangsoperators unter Berücksichtigung der Frequenzproblematik erlauben als auch der Grad der Nichtstationarität bestimmt. Einen integralen Teil der Arbeit stellt eine Applikationsseite dar, die praktische Verwendung der Ergebnisse für die Analyse und Synthese der unsicheren nichtlinearen Diskretnetze und Filter mit zeitveränderlichen Koeffizienten erlaubt.

Im ersten Teil der Arbeit wurde die Operatorennotation eingeführt, die für die Beschreibung der nichtstationären Diskretnetze speziell bestimmt ist. Diese Notation umfasst Definitionen der Spaltenoperatoren, der Maßfolgen, des Systemübergangsoperators, die zur Darstellung der nichtstationären Diskretnetze mit einer variablen Anzahl von Ein- und Ausgängen und der Ordnung des Systems dienen. Es wurden Grundeigenschaften des Übergangsoperators analysiert. Es wurde ein Operator der Zeitverschiebung als auch diagonale und diskrete Zeitentwicklungsoperatoren eingeführt, die in einer alternativen Weise die Bestimmung des Systemübergangsoperators und zusätzlich des Operators der freien Antwort eines nichtstationären Systems erlauben. Es wurden nichtstationäre Diskretnetze klassifiziert und darüber hinaus die eingeführte Operatorennotation für Diskretnetze mit einem rekurrenten Modell im Zustandsraum verglichen.

Im zweiten Teil wurden die Grundinstrumente der Analyse von nichtstationären Systemen diskutiert. In der Methode der Zeit-Frequenz-Transformation der Systeme mit einem Eingang und einem Ausgang wurde die Anpassung solcher Definitionen vorgenommen, wie die zweidimensionale Übergangsfunktion, Modulationsfunktion, Weyl'sches Symbol und die darauf basierenden Definitionen der Streufunktion. Es wurde eine Transformationsmatrix definiert, die die Bestimmung der o. g. Funktionen für diskrete Systeme auf der Basis von Matrixumwandlungen des Übergangsoperators eines im endlichen Zeithorizont bestimmten Systems erlaubt. Eine wichtige, originelle Errungenschaft des Verfassers ist die Entwicklung einer Methode zur vereinfachten Frequenzanalyse eines nichtstationären Systems, welches auf einer Verteilung nach singulären Werten des Systemsübergangsoperators, der diskreten Fourier-Transformierten und der Eigenschaft des

Leistungsdichtespektrums basiert. Diese Methode ermöglicht die Approximation der Charakteristiken von Bode für nichtstationäre Systeme. Diese Charakteristiken sind konvergent mit klassischen Bode-Diagrammen für stationäre Systeme bei einer Länge des Zeithorizonts der Analyse die gegen unendlich geht.

Im dritten Teil konzentrierte man sich auf dem Einsatz von definierten Instrumenten für praktische Probleme der Analyse von nichtstationären Systemen. Sie erlauben die Bestimmung des Grades der Nichtstationarität des Systems oder seiner Zeit-Frequenz-Veränderlichkeit. Sie wurden für Diskretsysteme adaptiert und es wurden die Eigenschaften der zweidimensionalen Streuungsfunktion besprochen. Dann wurden die Definitionen von drei Grundkennzahlen der Nichtstationarität eingeführt, die die Eigenschaften der Verteilung nach den singulären Werten und der diskreten Fourier-Transformierten des Systemsdurchgangsoperators verwenden. In einer detaillierten Weise wurden die Möglichkeiten des Einsatzes der Kennzahl der Nichtstationarität des Systems zur quantitativen Bewertung des Einflusses der Effekte der Verzögerung und des Verlustes von Informationen in verteilten Systemen mit einer auf Computernetzwerken basierenden Kommunikation besprochen.

Einen weiteren, wesentlichen Einsatzbereich der eingeführten Frequenzinstrumente in nichtstationären Systemen stellt die Analyse der unsicheren Systeme dar. In der Arbeit wurden Definitionen der Begriffe der Unsicherheit und der Störungen angegeben, die Entstehungsquellen der Unsicherheit und die Methoden deren Einführung in das mathematische Modell des Systems besprochen. Für eine besondere, additive Form der Modellmatrix-Störung im Zustandsraum wurde eine Transformation zur Beschreibung in Form eines Übergangsoperators durchgeführt. Anschließend wurden die Abschätzungen der Störung des Übergangsoperators in Funktion der Operatoren des Nominalsystems und der Abschätzungen der Modellmatrix-Störung im Zustandsraum für vier Formen der Matrixeinschränkungen der Störung angegeben. Auf Grundlage der erzielten Ergebnisse wurde die Methode zur Abschätzung der oberen Einschränkung der Amplitudencharakteristik eines unsicheren Systems für eine additive parametrisch eingeschränkte Störung formuliert.

Im letzten Teil der Arbeit wurde die eingeführte Notation in nichtstationären Systemen zur Lösung von zwei Problemen aus dem Bereich der Steuerung und Analyse von nichtlinearen Systemen verwendet. Das erste Problem betrifft die Bestimmung der Konvergenz eines iterativen Algorithmus der nichtlinearen prädiktiven Steuerung für ein Modell eines linearisierten Systems entlang der prognostizierten Trajektorie. Das andere Problem betrifft die Verwendung des Modells eines linearisierten Systems entlang der prognostizierten Trajektorie zur Abschätzung der maximalen Ablenkung der Trajektorie des Ausgangs oder des unsicheren Zustandes eines nichtlinearen Diskretsystems.