



PRZEDSIĘBIORCZOŚĆ
I ZARZĄDZANIE

ŁÓDŹ - WARSZAWA 2016 | ISSN 1733-2486

XVII

TOM

12

ZESZYT

II

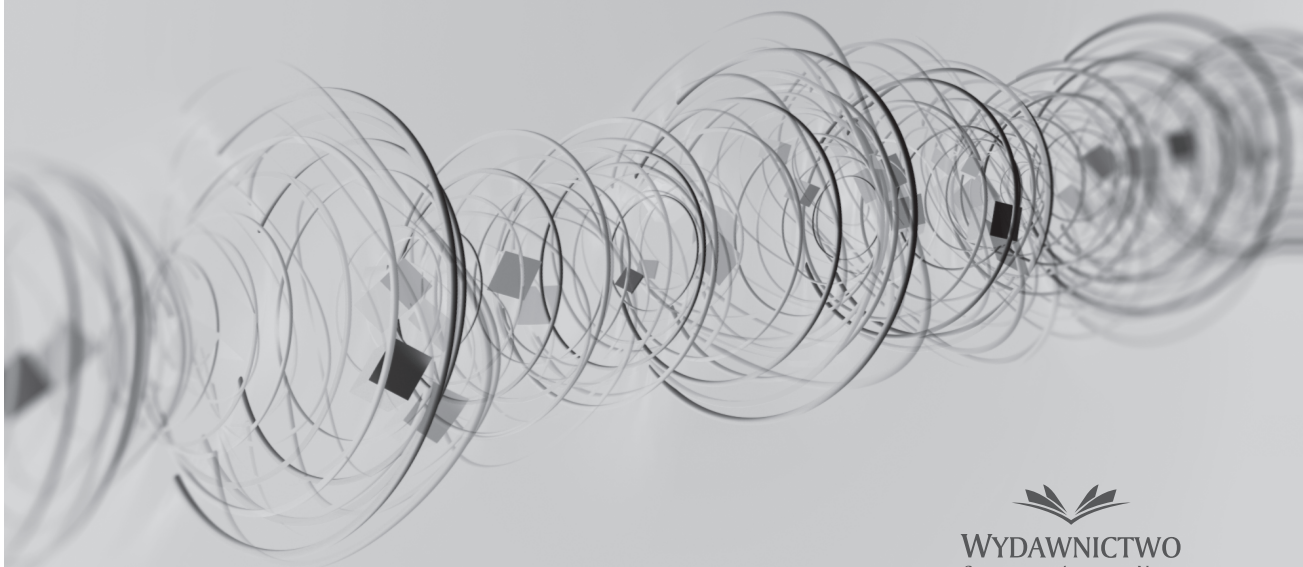
CZĘŚĆ

Redakcja naukowa:

Krzysztof Witkowski

Sebastian Saniuk

Systemy logistyczne w gospodarowaniu



WYDAWNICTWO
SPOŁECZNEJ AKADEMII NAUK

Zeszyt recenzowany

Redakcja naukowa: Krzysztof Witkowski i Sebastian Saniuk

Korekta: Dominika Świech, Witold Kowalczyk

Skład: Witold Kowalczyk

Projekt okładki: Marcin Szadkowski

© **Copyright:** Społeczna Akademia Nauk



ISSN 1733-2486

Wersja elektroniczna publikacji jest wersją podstawową

Dostępna na stronie: piz.san.edu.pl

Druk i oprawa: Mazowieckie Centrum Poligrafii | www.c-p.com.pl | biuro@c-p.com.pl

Ewelina Chołodowicz*

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

Przemysław Orłowski**

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

Porównanie systemów sterowania zapasami ze zmiennym opóźnieniem dostaw i zaburzonym zapotrzebowaniem: cyklicznego oraz z regulatorem PD i predyktorem Smitha

Comparison of Inventory Control Systems with Time-varying Delivery Delay and Disturbed Demand: a Periodic and PD Controller with Smith Predictor

Abstract: In this paper, we use a mathematical model of an inventory system with time-varying delivery delay and two control systems in order to compare their properties with different variance of noise for the goods flow optimization problem in the inventory systems. Control systems structures based on mathematical discrete equations are given for optimization: a Periodic Inventory System with adaptive maximal inventory level and Proportional-derivative Inventory Control System with Smith predictor and adaptive reference stock proposed by the authors in previous works. Parameters were selected for each of the control system structures through solving bicriterial optimization task for a specific scenario of variable market demand using SPEA2 in Matlab/Simulink. In this article, we mainly highlight which control structure reaches better performance taking account probabilistic disturbance in market demand.

Key-words: inventory control system, automated order system, time-varying inventory model, SPEA2, bicriterial optimization, inventory optimization, discrete-time systems

* cholodowicz.ewelina@gmail.com

** przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl

Wprowadzenie

Konieczność ciągłego postępu powoduje, że sterowanie przepływem dóbr w magazynie wymaga podejmowania możliwie najkorzystniejszych decyzji warunkujących osiągnięcie pożądaných celów. Zwiększenie wymiaru zarządzania magazynem wymaga stosowania zaawansowanych metod w celu minimalizacji wszelkich kosztów. Jednym z głównych środków umożliwiających osiągnięcie tych celów jest optymalizacja. Sprzyja temu obserwowany od szeregu lat zarówno rozwój metod i technik optymalizacji, jak i coraz szersze stosowanie ich w praktyce. Do obszaru poszukiwania skutecznych metod rozwiązywania wielokryterialnych zadań optymalizacyjnych należy ewolucyjna optymalizacja wielokryterialna. Narzędzia optymalizacji znajdują wiele zastosowań w problemach związanych z minimalizacją kosztów [Chaisiri, Lee, Niyato 2012, ss. 164–177; Yeh 2015, ss. 1051–1065; Yepes, Martí, García-Segura 2015, ss. 123–134; Sawik 2015, ss. 58–66]. Systemami wymagającymi minimalizacji kosztów związanych z wieloma kryteriami są systemy magazynowe. W wyniku powstania złożonych systemów sterowania zapasami coraz większy udział ma zastosowanie optymalizacji wielokryterialnej do tego typu problemów. Techniki Pareto zostały zaproponowane w latach 1993 oraz 1994, np. MOGA [Fonseca, Fleming 1993, ss. 416–423], NPGA [Horn, Nafpliotis, Goldberg 1994, ss. 82–87] and NSGA [Srinivas, Deb, 1994, ss. 221–248]. Jednym z najbardziej efektywnych algorytmów używanych w problemach optymalizacji wielokryterialnej jest Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA) zaproponowany w [Zitzler, Thiele 1998, ss. 1–34]. Co więcej, utworzono również ulepszoną wersję tego algorytmu zwaną SPEA2 [Zitzler, Laumanns, Thiele 2001, ss. 95–100]. Algorytm ten jest jedną z najważniejszych wielokryterialnych metod ewolucji, które wykorzystują elitaryzm [Zitzler, Thiele 1999, ss. 257–271]. W ostatnich latach nastąpiło zwiększenie zainteresowania rozwiązaniem problemu zarządzania magazynem. Przed samymi systemami sterowania stworzono wiele różnych modeli magazynu: [Chołodowicz, Orłowski 2015a, ss. 28–32; Ouyang, Wu, Cheng 2013, ss. 277–288; Sarkar 2013, ss. 3138–3151]. Coraz więcej prac skupiało się również na stworzeniu nowego bądź zmodyfikowanego systemu sterowania magazynem: [Ignaciuk, Bartoszewicz 2011, ss. 39–49; Ignaciuk, Bartoszewicz 2010, ss. 269–274; Leśniewski, Bartoszewicz 2014, ss. 4589–4594; Ignaciuk 2015, ss. 338–348; Ignaciuk, Bartoszewicz 2012, ss. 1561–1582; Fattahi, Hajipour, Nobari 2015, ss. 211–223; Chołodowicz, Orłowski 2015b, ss. 55–60; Chołodowicz, Orłowski 2015c, ss. 568–572; Abrahamowicz, Orłowski 2016, ss. 5–10; Orłowski 2016]. Ze względu na

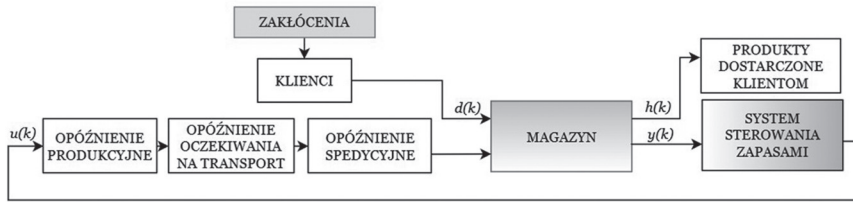
występowanie zjawiska zwiększenia wariancji ilości zamawianych produktów w systemie magazynowym, zwanego efektem byczego bicia (*bullwhip effect*) [Dejonckheere, Disney, Lambrecht i in. 2003, ss. 567–590], konieczne jest stosowanie specjalnych metod, aby zminimalizować bądź wyeliminować jego wpływ. To niezwykle niekorzystne zjawisko doprowadziło do powstania szeregu metod stosowanych do tej pory i ma związek ze stabilnością łańcuchów dostaw – co zostało poddane analizie przez duet Riddalls, Bennett [2002, ss. 459–475]. Przeprowadzone tam rozważania określają ilościowo wpływ efektu zwiększenia wariancji na stabilność systemu i wskazują na mechanizm eliminujący ten wpływ – tzw. mechanizm z pracą w toku (WIP, *work-in-progress position*). Z drugiej strony Chołodowicz i Orłowski [2015b, ss. 55–60] zaproponowali metodę ze zmiennym w czasie opóźnieniem dostaw, która oparta jest na predyktorze Smitha. Jednakże w innych pracach [Dejonckheere, Disney, Lambrecht i in. 2003, ss. 567–590; Riddalls, Bennett 2002, ss. 459–475] przedstawiona jest ogólna zasada uzupełniania zapasów, która znacznie zmniejsza wzrost wariancji z zastosowaniem teoretycznego podejścia do sterowania, które łączy w sobie różne metody prognozowania.

Celem pracy jest analiza porównawcza dwóch systemów sterowania w obecności stochastycznego zaburzenia zapotrzebowania rynku z różną wariancją. Do analizy przyjęto dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem [Chołodowicz, Orłowski 2015a, ss. 28–32]. Nastawy układów regulacji zostały wyznaczone w wyniku minimalizacji wskaźnika kosztu za pomocą SPEA2. Jako kryterium jakości sterowania przyjęto wskaźnik minimalizujący koszty gromadzenia i utrzymania zapasów oraz utracone korzyści związane z brakiem możliwości zaspokojenia zapotrzebowania rynku w celu dokonania porównania pomiędzy klasyczną cykliczną polityką zarządzania zapasami z mechanizmem pracy w toku (*work-in-progress*) (A) a układem sterowania z regulatorem PD oraz z predyktorem Smitha (B). W pracy zawarto wyniki obliczeń i symulacji komputerowych dla przyjętego zaburzonego stochastycznie scenariusza zmian zapotrzebowania rynku.

Model matematyczny

Model matematyczny systemu magazynowego został podany w pracy Chołodowicz i Orłowskiego [2015a, ss. 28–32]. Na rys. 1 przedstawiony jest schemat blokowy systemu magazynowego.

Rysunek 1. Schemat blokowy systemu magazynowego



Źródło: Opracowanie własne.

Schemat składa się z podstawowych elementów systemu magazynowego wraz z opóźnieniami i uwzględnieniem zakłóceń gdzie $d(k)$ to zmienne w czasie zapotrzebowanie na rynku na towary z magazynu. Przyjęto, że jest to pewna, nieznana, ograniczona z góry funkcja: $0 \leq d(k) \leq d_{\max}$, $u(k)$ – (sygnał sterujący) ilość produktów zamówionych k -tego dnia, τ_p – opóźnienie produkcyjne związane z czasem potrzebnym na wyprodukowanie oraz skompletowanie zamówienia, τ_s – opóźnienie spedycyjne – czas niezbędny na transport zamówionych produktów do magazynu bez czasu oczekiwania na transport, $\tau_o(k)$ – zmienne w czasie opóźnienie wynikające z oczekiwania na środek transportu, $h(k)$ – ilość produktów sprzedanych, która zależy od zapotrzebowania oraz dostępnych zapasów magazynowych $y(k)$. Przy czym spełnione są nierówności:

$$0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max}, 0 \leq y(k) \leq y_{\max} \quad (1)$$

Jeżeli poziom zapasów jest wystarczający, to zachodzi $d(k)=h(k)$. Wprowadzono również współczynnik wysyłki w chwili czasu k w celu uwzględnienia w modelu zmiennego w czasie opóźnienia związanego z kumulacją produktów w oczekiwaniu na transport:

$$q(k) = \begin{cases} 0 & \text{- wysyłka} \\ 1 & \text{- oczekiwanie na transport} \end{cases} \quad (2)$$

Liczba produktów oczekujących na wysyłkę do magazynu jest opisana zależnością:

$$x(k)=q(k-1)x(k-1)+u(k-\tau_p) \quad (3)$$

gdzie: $x(k) \geq 0$, $u(k) \geq 0$

Stan magazynu w chwili k jest zależny od poprzedniego stanu magazynu, liczby produktów dostarczonych do magazynu i produktów wydanych z magazynu $h(k)$, co przedstawia poniższa zależność:

$$y(k)=y(k-1)+(1-q(k-\tau_s))x(k-\tau_s)-h(k) \quad (4)$$

Opis układów sterowania

Zadaniem układu sterowania systemem dostaw w magazynie jest utrzymanie odpowiedniego oraz wystarczającego poziomu zapasów w magazynie w zależności od zmiennego w czasie zapotrzebowania $d(k)$. Wystarczający poziom zapasów to ten, który pokryje zapotrzebowanie, a odpowiedni oznacza adekwatną liczbę produktów w stosunku do danego zapotrzebowania. Klasyczne systemy sterowania zapasami SCS (*Stock Control Systems*) stanowią podstawę regulacji stanów zapasów wielu przedsiębiorstw. Losowy charakter popytu jest przyczyną używania w praktyce określenia: stochastyczne systemy sterowania zapasami (*Stochastics Inventory Control Systems*). Zarządzanie zapasami w systemach SCS polega na udzieleniu odpowiedzi na pytania: „Kiedy i ile zamawiać?” – realizowane jest to poprzez ustalenie dla każdego scenariusza zapotrzebowania odpowiednich parametrów nazwanych normami sterowania, odnoszących się do ilościowo-czasowych parametrów zapasów. Wielkość tempa dopływu produktów do klientów uwarunkowana jest przez politykę dostaw stosowaną w danym przedsiębiorstwie. Jednymi z automatycznych systemów sterowania opartych na klasycznych politykach dostaw są: ciągły (dowolny okres zamawiania) oraz cykliczny (stały okres zamawiania) system sterowania zamówieniami. W pracy dokonano porównania dwóch systemów: cyklicznego obecnego w literaturze oraz systemu zaproponowanego przez autorów opartego na regulatorze proporcjonalno-różniczkującym i predyktorze Smitha.

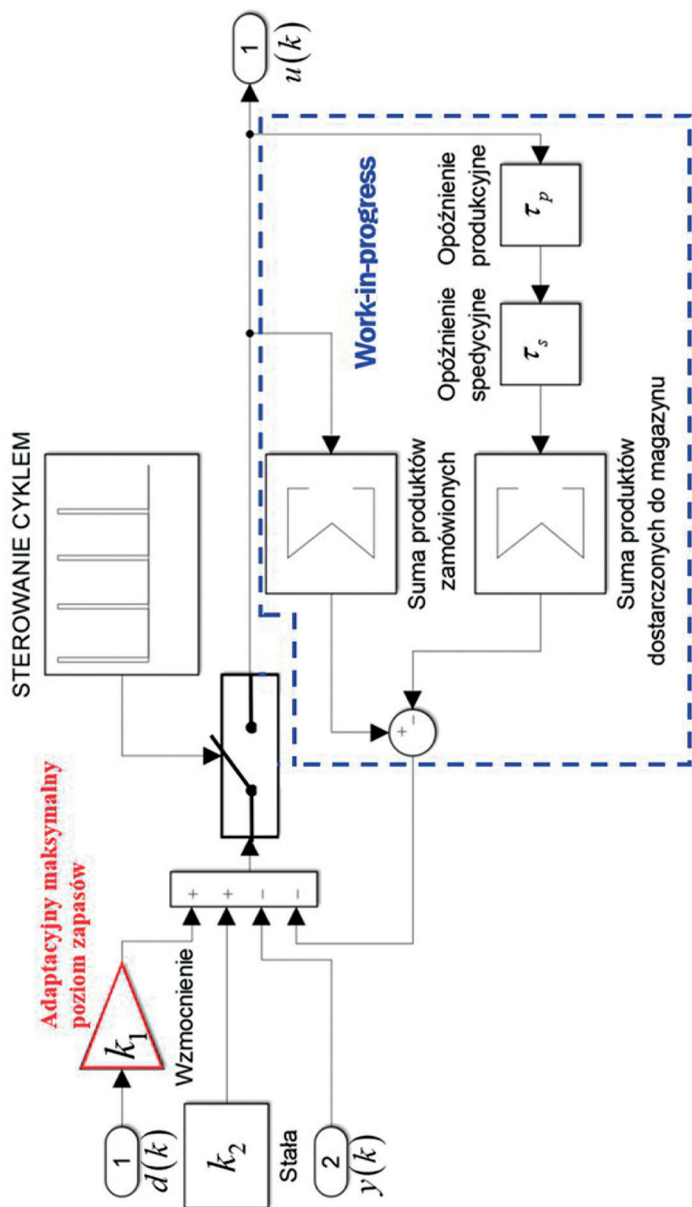
A) Klasyczny cykliczny system sterowania zapasami z adaptacyjnym maksymalnym poziomem zapasów

Założeniem systemu ze stałym okresem zamawiania (*Periodic Reorder System*) jest zmienna wielkość składanego zamówienia $x(k)$ przy stałym okresie jego ponawiania. Wymaga to cyklicznego ustalania wielkości zamówienia.

Uzupełnianie zapasu następuje do ustalonego maksymalnego poziomu. System nie wymaga ciągłej kontroli stanów zapasów, lecz kontroli okresowej – odpowiada jednoznacznie na pytanie „kiedy zamawiać?”. Aby umożliwić adaptację poziomu zapasów zależną od zapotrzebowania rynkowego dodano wzmocnienie k_f . W celu zminimalizowania efektu przeregulowania takich systemów sterowania (*bullwhip effect*) wprowadzony został mechanizm ograniczania jego wpływu na układ. W pracy zastosowano tzw. mechanizm pracy w toku, dzięki temu możliwe jest uwzględnienie zamówień w trakcie realizacji oraz adekwatne porównanie zachowania się dwóch badanych w pracy układów sterowania. Z tego powodu w pracy przedstawiona jest zmodyfikowana wersja klasycznego cyklicznego systemu sterowania zapasami, którą przedstawia rys. 2 i opisuje następująca zależność:

$$B(t) = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli stacja zajęta w czasie } t \\ 0, & \text{jeżeli stacja wolna w czasie } t, \end{cases} \quad (5)$$

Rysunek 2. Schemat blokowy cyklicznego systemu sterowania zapasami z mechanizmem work-in-progress



Źródło: Opracowanie własne.

B) System sterowania magazynem z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym oraz predyktorem Smitha z adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów

Struktura układu przedstawiona jest na rys. 3. System sterowania jest oparty na strukturze z predyktorem Smitha. Predyktor Smitha jest rodzajem regulatora predykcyjnego, który został stworzony dla systemów charakteryzujących się długimi opóźnieniami. Jego struktura składa się z implementacji modelu bez opóźnienia oraz z opóźnieniem. Biorąc pod uwagę koncepcje sterowania układów z opóźnieniami z zastosowaniem predyktora Smitha, przyjęto przybliżony model układu bez opóźnienia w następującej formie:

$$\hat{y}_p(k) = \hat{y}_p(k-1) + u(k-1) - h(k) \quad (6)$$

oraz model zmiennego w czasie opóźnienia dostaw w postaci:

$$\hat{x}(k) = q(k-1)\hat{x}(k-1) + \hat{y}_p(k - \tau_p + 1) \quad (7)$$

$$\hat{y}(k) = (1 - q(k))\hat{x}(k - \tau_s) \quad (8)$$

Model regulatora PD dla błędu sterowania modelu przybliżonego bez opóźnienia oraz błędu modelu przybliżonego z opóźnieniem $y(k) - \hat{y}(k)$ dany jest w postaci:

$$u(k) = k_2 \varepsilon(k) + k_3 (\varepsilon(k) - \varepsilon(k-1)) \quad (9)$$

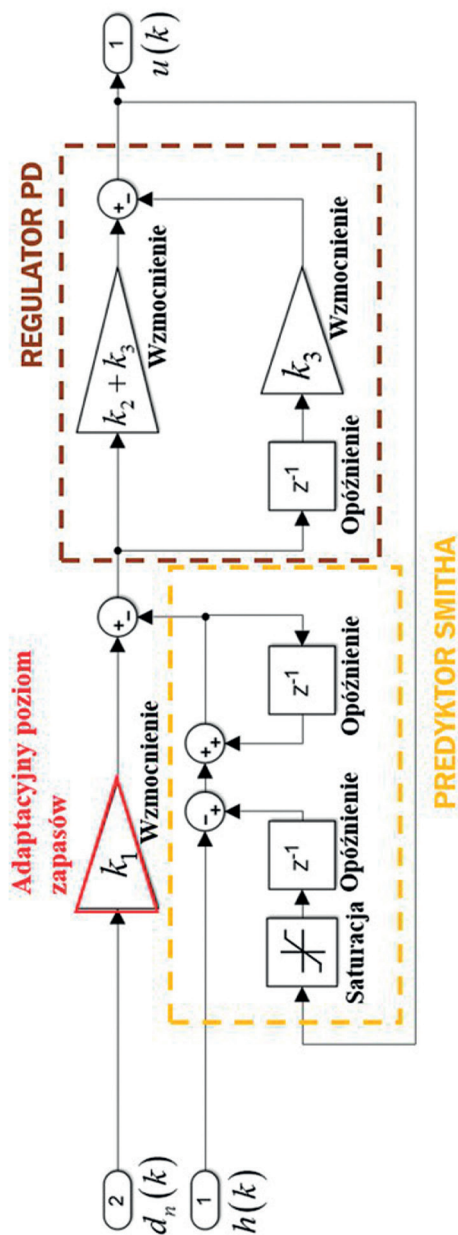
gdzie:

$$\varepsilon(k) = y_{ref}(k) - \hat{y}_p(k) \quad (10)$$

Założono, iż wartość referencyjna poziomu zapasów $y_{ref}(k)$ jest następującą liniową funkcją zapotrzebowania:

$$y_{ref}(k) = k_1 d(k) \quad (11)$$

Rysunek 3. Schemat blokowy systemu sterowania magazynem z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym oraz predyktorem Smitha z adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów



Źródło: Opracowanie własne.

Zagadnienie optymalizacji dwukryterialnej

Aby podejmować efektywne decyzje związane z przyjmowaną polityką uzupełniania zapasów niezbędna jest znajomość kosztów zapasów. Wśród kosztów związanych z gospodarką zapasami wyróżnia się koszt utrzymania zapasów (*Holding Cost*) oraz koszt niedoboru zapasu (*Shortage Cost*). Koszt utrzymania zapasu stanowi zamrożony kapitał obrotowy i w rezultacie jest odpowiedzią na pytanie, jaka część zapasów jest wykorzystywana. Z kolei koszt niedoboru, czyli innymi słowy koszt wyczerpania zapasu, to koszt będący skutkiem braku dostępności produktów w okresie zapotrzebowania przewyższającego stan magazynu. Koszt niedoboru przyjmować może dwie formy: przeniesienie utraconych korzyści na następne okresy albo brak możliwości odzyskania utraconej sprzedaży. W niniejszej pracy przyjęto, że niedobory skutkują bezpowrotną utratą potencjalnych zysków. Przyjętym w modelu kryterium optymalizacji w ustalaniu ekonomicznej wielkości zamówienia jest minimalizacja kosztów utrzymania zapasów oraz minimalizacja występowania przestojów.

W pracy rozważony został problem znalezienia optymalnych wartości parametrów k_1, k_2, k_3 układów dynamicznych przy strukturach opisanych równaniami (5)–(11) oraz przedstawionymi na rysunku 2 i 3. W tym celu sformułowano następujące dwa wskaźniki kosztu:

$$j_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N (d(k) - h(k)) \quad (12)$$

$$j_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N y(k) \quad (13)$$

gdzie:

j_1 – koszt strat związanych z przestojami

j_2 – koszt utrzymania zapasów

$n_0 = \tau_p + \tau_s + \tau_o$ – skumulowane opóźnienie układu dla $u(k=0)$

N – długość horyzontu czasowego analizy.

Funkcja celu jest przedstawiona w postaci następującego wektora:

$$j = [j_1, j_2]$$

Zagadnienie znalezienia optymalnych wartości parametrów $k_i, i=1,2,3$ układu dynamicznego (1)–(4) przy jego strukturach danych (5)–(11) zostało przedstawione w postaci następującego zadania optymalizacji:

$$\min_k j \quad (15)$$

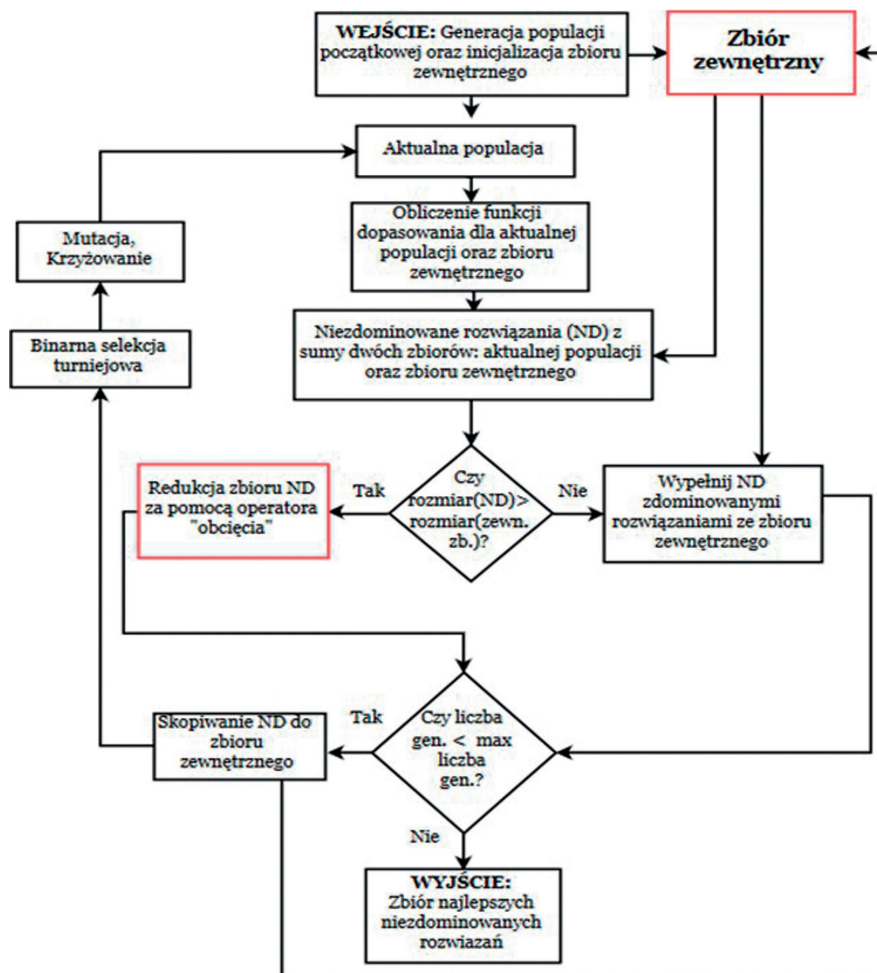
Gdzie ograniczenia parametrów regulatora zależą od jego struktury:

$k=[k_1, k_2]$, $k_1 \geq 0$, $k_2 \geq 0$ dla równania (5)

$k=[k_1, k_2, k_3]$, $k_1 \geq 0$, $k_2 \geq 0$, $k_3 \geq 0$ dla równania (6)–(11)

W dalszej części do wyznaczenia wartości k_1, k_2, k_3 wykorzystano algorytm SPEA2. Schemat blokowy ukazujący etapy SPEA2 zaprezentowany jest na rys. 4.

Rysunek 4. Schemat blokowy przedstawiający algorytm SPEA2



Źródło: Opracowanie własne.

Badania symulacyjne i analiza

Optymalizacja procesów logistycznych w magazynie polega na maksymalnym wykorzystaniu posiadanych zasobów przy utrzymaniu minimalnych kosztów. Istotne jest zachowanie możliwie najlepszej ciągłości przepływu towarów. Poprawność realizacji złożonych procesów magazynowych zależy od poprawnego funkcjonowania

nia pojedynczego układu sterującego, który podejmuje dwie główne decyzje: termin złożenia zamówienia oraz ilość produktów przypadająca na jedno zamówienie. Sterowanie nowoczesnymi systemami magazynowymi bazuje w istocie w pełni na technologiach informatycznych oraz automatyzacyjnych. Metody symulacyjne odgrywają również znaczącą rolę w badaniach systemów magazynowych i są efektywnymi narzędziami wykorzystywanymi do poprawy funkcjonowania zaprojektowanych układów sterowania. Pozwalają one w znacznym stopniu wyeliminować ryzyko podjęcia nieprawidłowej decyzji dotyczącej wielkości i terminu zamówienia poprzez analizę wpływu poprzedniego zapotrzebowania na zachowanie się systemu. W tej sekcji są zaprezentowane wyniki symulacji komputerowych w środowisku Matlab/Simulink oraz analiza porównawcza otrzymanych rozwiązań dla dwóch systemów automatycznego sterowania zapasami: A – *klasycznego cyklicznego systemu sterowania zapasami z adaptacyjnym maksymalnym poziomem zapasów* i B – *systemu sterowania magazynem z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym oraz predyktorem Smitha z adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów* zaproponowanego przez autorów. Do badań symulacyjnych przyjęto struktury wybranych układów sterowania przedstawione na rys. 2 i 3 oraz liniowy, niestacjonarny, dyskretny model układu dynamicznego systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem dostaw (3)–(4) z ograniczeniami sygnałów (1)–(2). Wybrane dwa układy sterowania zamówieniami opisane są równaniami (5)–(11). Optymalizacja układów sterowania A oraz B jest zrealizowana z zastosowaniem algorytmu SPEA2 – z parametrami: liczebność populacji: 500 oraz maksymalna liczba generacji: 50. W przeprowadzonym procesie optymalizacji pod uwagę brane są dwa kryteria: kryterium reprezentujące koszty utraconych korzyści z powodu przestojów j_1 oraz kryterium opisujące koszty utrzymania zapasów j_2 , określone mianem wskaźników jakości danych w postaci (12)–(13). Na potrzeby badań symulacyjnych założono następujące warunki (parametry układów): opóźnienie produkcyjne równe opóźnieniu transportowemu $\tau_p = \tau_s = 10$ dni, zmienne w czasie opóźnienie dostaw $\tau_o(k)$, horyzont czasowy $N=1000$ dni, czas próbkowania równy 1 dzień, brak możliwości zwrotów towarów. Ze względu na potencjalne możliwości zastosowania proponowanego rozwiązania w rzeczywistym układzie sterowania rozważana jest klasa środków transportu kursujących periodycznie i charakteryzujących się dużymi opóźnieniami. Wybrany środek transportu uwzględnia zmienne w czasie opóźnienie i fakt, że zamówienia są kumulowane. Przykładem takiego środka transportu jest statek. Na potrzeby badań symulacyjnych przyjęto, że co 10 dni odbiera całość dostarczonych towarów $x(k)$. W przypadku systemu A generator cyklu jest syn-

chronizowany ze środkiem transportu. W celu uzyskania najkrótszego czasu dostarczenia zamówienia opóźnienie oczekiwania na transport dla systemu A jest równe 0. Do rozważań przyjęto scenariusz zmiennego zapotrzebowania ze stochastycznym multiplikatywnym zaburzeniem o wariancjach $\sigma^2: 0, 0,005$ oraz $0,1$, wyrażone jest za pomocą następującej zależności:

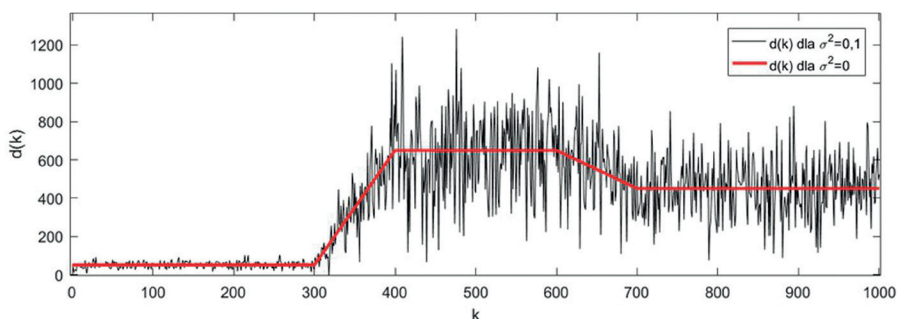
$$d(k) = d_n(k)r(k) \quad (16)$$

gdzie:

$r(k)$ – proces losowy Gaussa, taki, że: $E(r(k)) = 1$ i $E(r^2(k)) = \sigma^2$

Na rysunku 5 ukazano sygnał zapotrzebowania z zakłóceniem o wartości wariancji: $0,1$ oraz bez zakłócenia.

Rysunek 5. Sygnał zapotrzebowania $d(k)$ bez zakłóceń i z zakłóceniem



Źródło: Opracowanie własne.

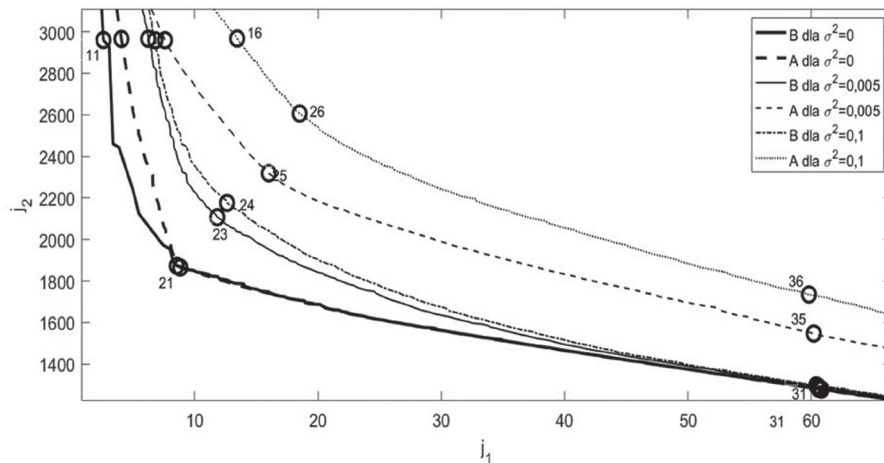
W skład kryteriów analizy porównawczej układów A oraz B wchodzi: wykresy frontów Pareto z wybranymi punktami wyznaczonymi na podstawie trzech kryteriów

$$(\min(50j_1 + j_2), j_1 \approx \text{const}, j_2 \approx \text{const})$$

oraz odpowiedzi układów przedstawiające poziom zapasów oraz różnice pomiędzy zapotrzebowaniem a zakupionymi produktami dla trzech wybranych wartości wariancji zaburzenia stochastycznego sygnału zapotrzebowania klientów $\sigma^2: 0, 0,005$ i $0,1$. Skonfrontowano liczbę, długość trwania przestojów oraz utrzymywane zapasy magazynowe w okresach liniowego wzrostu, spadku oraz stałej wartości zapotrzebo-

wania. Na podstawie wyników symulacji dokonano empirycznej weryfikacji efektywności układów sterowania w zależności od wariancji zakłóceń.

Rysunek 6. Front Pareto oraz punkty wyznaczone na podstawie kryteriów dla trzech wybranych wariancji zakłóceń



Źródło: Opracowanie własne.

Na rys. 6 znajduje się wykres z frontami Pareto, na osi x jest koszt przestojów j_1 oraz na osi y jest koszt utrzymywania zapasów j_2 dla 3 wartości wariancji. W celu porównania ilościowego wszystkich otrzymanych rozwiązań Pareto obliczono pola powierzchni pomiędzy wykresami systemów A i B dla takiej samej wartości wariancji. Następnie wyznaczono ich dwa ilorazy dla wariancji 0,005 i 0, który wynosi 11, oraz dla wariancji 0,01 i 0,005, który wynosi 5,5. Ukazuje to rosnącą przewagę systemu B nad A wraz ze wzrostem wariancji. System B odznacza się zatem lepszą odpornością na zakłócenia.

Na rysunku 6 zaznaczono 3 grupy punktów 11–16, 21–26, 31–36, punkty 12–15 nie zostały podpisane ze względu na czytelność rysunku, są to kolejne punkty pomiędzy punktami 11–16. Punkty zostaną wykorzystane w analizie porównania stanu zapasów $y(k)$ w magazynie oraz utraconych korzyści na rzecz przestojów $d(k) - h(k)$. Punkty zostały wybrane na podstawie trzech kryteriów:

- 1) $j_2 \approx \text{const} \approx 2960 \div 2970$: punkty 11–16
- 2) $\min(50j_1 + j_2)$: punkty 21–26
- 3) $j_2 \approx \text{const} \approx 60,0 \div 60,8$: punkty 31–36

Wyniki zastosowania trzech wymienionych kryteriów do rozwiązań Pareto optymalnych dla dwóch systemów sterowania zamówieniami: A oraz B otrzymanych w procesie optymalizacji bikryterialnej zamieszczono w tabeli 1.

Kolejnym etapem analizy jest porównanie wybranych przypadków spośród punktów tabeli 1. Można zauważyć, że przy podobnej wartości j_2 dla wariancji równej 0, koszt j_1 jest mniejszy dla systemu B o mniej więcej 36%, dla $\sigma^2=0,005$ o 18%, dla $\sigma^2=0,1$ o 50%. Z kolei dla stałego kosztu utrzymania zapasów wartości dla systemów A i B są w przybliżeniu równe dla $\sigma^2=0$, a dla wariancji różnej od 0 zachodzi znacząca poprawa wskaźnika j_2 dla systemu B wraz ze wzrostem wariancji odpowiednio dla $\sigma^2=0,005$ o 17%, $\sigma^2=0,1$ o 25% mniejsze wartości j_2 w porównaniu z systemem A.

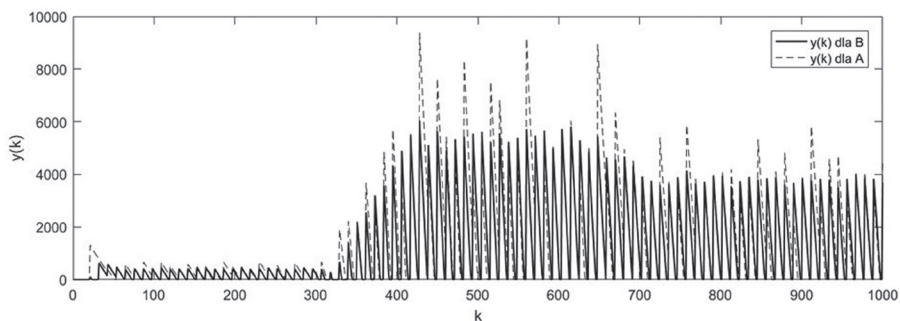
W celu dokonania porównania odpowiedzi dwóch układów sterowania wyznaczono wartości szczytowe zapasów magazynowych osiągane w przedziałach liniowo narastającego zapotrzebowania $d(k)$ na rysunku 7 dla punktów 33,35 oraz $\sigma^2=0,005$. Dla przedziału $k \in (300,400)$ wartość $d(k)$ rośnie z 50 do 650, a wartości szczytowe wynoszą odpowiednio: A – 5704, B – 4317 dla $k=395$. W okresie spadku zapotrzebowania $k \in (600,700)$ z 650 na 450 wartości szczytowe zapasów magazynowych przedstawiają się następująco: A – 8942, B – 5439 dla $k=648$.

Tabela 1. Wyniki optymalizacji z zastosowaniem SPEA2 dla systemów sterowania zamówieniami: A oraz B

$\sigma^2 = 0$										$\sigma^2 = 0,005$						$\sigma^2 = 0,1$					
System	Punkt	j_1	j_2	k_1	k_2	k_3	Punkt	j_1	j_2	k_1	k_2	k_3	Punkt	j_1	j_2	k_1	k_2	k_3			
B	11	2,61	2961	74,6	0,023	0,938	13	6,24	2967	33,8	0,521	0,003	14	6,81	2959	35,4	0,286	0,007			
A	12	4,07	2966	28,0	2000	—	15	7,60	2960	33,4	37,8	—	16	13,5	2968	33,2	39,8	—			
B	21	8,55	1873	30,2	0,791	0,516	23	11,8	2107	33,9	0,226	0,038	24	12,6	2176	35,2	0,172	0,049			
A	22	8,84	1865	29,9	11,3	—	25	16,0	2318	30,9	86,4	—	26	18,5	2606	31,6	107	—			
B	31	60,6	1280	33,0	0,095	0,469	33	60,6	1291	49,7	0,034	2,00	34	60,4	1296	77,5	0,016	0,0005			
A	32	60,8	1277	25,0	155	—	35	60,2	1546	25,6	161	—	36	60,0	1734	25,9	248	59,8			

Źródło: Opracowanie własne.

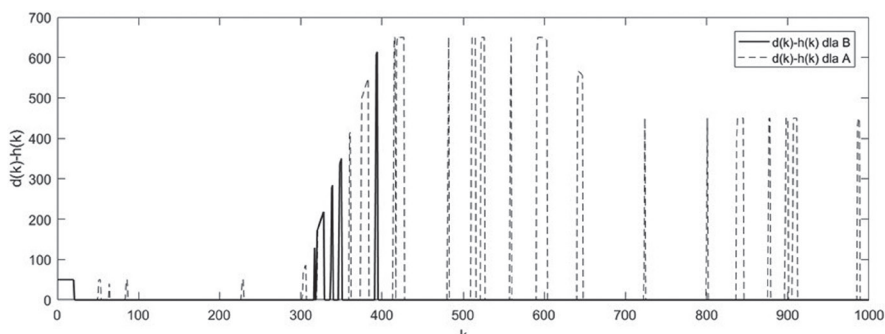
Rysunek 7. Odpowiedź układu – poziom zapasów $y(k)$ dla punktów 33,35 dla $\sigma^2=0,005$



Źródło: Opracowanie własne.

Na rys. 8 przedstawiono różnicę pomiędzy zapotrzebowaniem klientów, a dostarczonymi im produktami dla punktów 14,16 i wariancji $\sigma^2=0,1$. Łącznie przestoje przy liniowym wzroście zapotrzebowania dla A trwały: 23 dni zaś dla B – 17 dni. Dla systemu A odnotowano 4 przestoje trwające średnio: 6 dni, a dla B – 5 przestojów o średniej długości 3 dni. Z kolei przy liniowym spadku zapotrzebowania sytuacja przedstawia się następująco: A – 9 dni, B – 0 dni. Dla A wystąpiły 2 przestoje o średniej długości trwania 5 dni. Dla interwału pomiędzy wzrostem i spadkiem zapotrzebowania, czyli $k \in (400,600)$ możemy zauważyć 0 straty klientów dla systemu B, a 31 dni przestojów dla systemu A, w tym 7 takich przestojów o średniej długości trwania 4 dni.

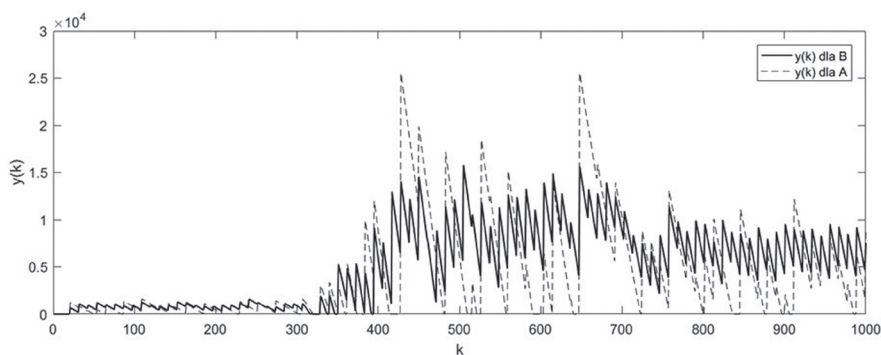
Rysunek 8. Odpowiedź układu – różnica pomiędzy zapotrzebowaniem klientów $d(k)$, a zakupionymi produktami $h(k)$ dla punktów 14,16 dla $\sigma^2=0,1$



Źródło: opracowanie własne.

Dla $k \in (300, 400)$ wartość $d(k)$ rośnie z 50 do 650, a wartości szczytowe wynoszą odpowiednio: A – 12000, B – 9139 dla $k=395$. W okresie spadku zapotrzebowania $k \in (600, 700)$ z 650 na 450 wartości szczytowe zapasów magazynowych przedstawiają się następująco: A – 25540, B – 15630 dla $k=648$.

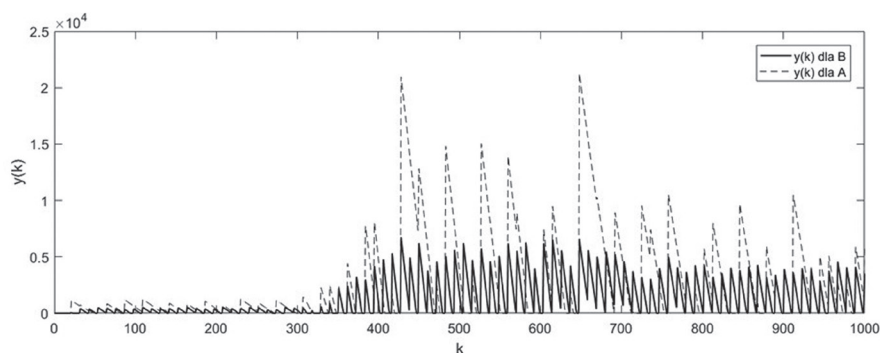
Rysunek 9. Odpowiedź układu – poziom zapasów $y(k)$ dla punktów 14,16 dla $\sigma^2=0,1$



Źródło: Opracowanie własne.

Dla $k \in (300, 400)$ wartości szczytowe dla wariancji 0,1 wynoszą odpowiednio: A – 8031, B – 4186 dla $k=395$. W okresie spadku zapotrzebowania $k \in (600, 700)$ wartości szczytowe zapasów magazynowych przedstawiają się następująco: A – 21270, B – 6595 dla $k=648$.

Rysunek 10. Odpowiedź układu – poziom zapasów $y(k)$ dla punktów 34,36 dla $\sigma^2=0,1$

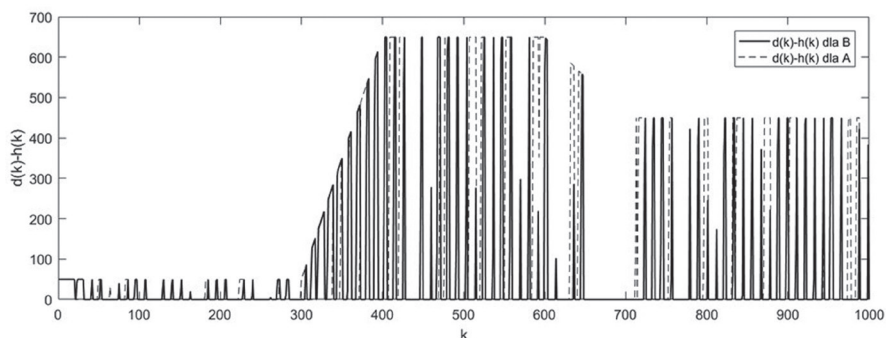


Źródło: Opracowanie własne.

Przedstawione na rys. 11 niedobory produktów na całym horyzoncie analizy dla punktów 34,36 i $\sigma^2=0,1$ pozwalają dokonać porównania ilościowego. Łącznie przestoje przy liniowym wzroście zapotrzebowania dla A trwały: 31 dni, co odpowiada liczbie 6 przestoi średnio po 5 dni trwania, a dla B – 42 dni, 9 przestojów, również 5-dniowych. Dla $k \in (400,600)$: A – 59 dni, w tym 8 przestojów o średniej długości 7 dni, B – 30 dni, 18 przestojów trwających średnio 2 dni. Z kolei przy liniowym spadku zapotrzebowania sytuacja przedstawia się następująco: A – 14 dni, 3 przestoje średnio po 5 dni, a B – 7 dni, 4 przestoje średnio po 2 dni.

Cykliczny system sterowania zapasami (A) ma zwiększone w porównaniu z systemem z regulatorem PD i predyktorem Smitha (B) koszty spowodowane utrzymaniem większych poziomów zapasów. W rozpatrywanym przypadku zapasy w A są większe o 32% poziomu zapasów systemu B w okresie liniowego wzrostu zapotrzebowania oraz o 64% w okresie spadku zapotrzebowania dla $\sigma^2=0,005$ dla kryterium $j_1 \approx \text{const}$ oraz o 92% i 222% dla tego samego kryterium, ale wariancji 20-krotnie większej ($\sigma^2=0,1$).

Rysunek 11. Odpowiedź układu – różnica pomiędzy zapotrzebowaniem klientów $d(k)$, a zakupionymi produktami $h(k)$ dla punktów 34,36 dla $\sigma^2=0,1$



Źródło: Opracowanie własne.

Zakończenie

Potrzeba efektywnego sterowania zapasami w logistycznych łańcuchach dostaw w warunkach rosnącej dynamiki tych procesów stwarza obecnie szczególnie duże zapotrzebowanie na układy automatycznego sterowania uwzględniające modelowa-

nie zakłóceń występujących w rzeczywistych przebiegach procesów magazynowych. Przeprowadzone badania symulacyjne wykazują, że zaproponowany układ z regulatorem PD i predyktorem Smitha ma przewagę nad klasycznym cyklicznym systemem sterowania zapasami w sytuacji, gdy zapotrzebowanie klientów jest zaburzone stochastycznie, mimo że dla obu układów zamówienia są kumulowane i dostarczane w przyjętym scenariuszu w tych samych momentach, raz na 10 dni. Za stosowaniem systemów cyklicznego sterowania zapasami w praktyce przemawia często brak możliwości ciągłego monitorowania stanów zapasów oraz ograniczone możliwości transportowe – wpływa to na konieczność utrzymywania w systemie relatywnie większego poziomu zapasu. Z uwagi na okresowe sterowanie zapasami okres przestojów jest znacznie dłuższy dla systemu cyklicznego sterowania zamówieniami, łączna długość trwania przestojów wynosi 136 dni dla systemu A, dla B zaś 66 dni – system cyklicznego sterowania zapasami zachowuje duże, wynikające z braku bieżącej kontroli zapasów, prawdopodobieństwo nieprzewidzianych niedoborów. W sytuacji braku zakłóceń zapotrzebowania oba systemy zachowują się podobnie. Dopiero wpływ zakłóceń o niezerowej wariancji ukazuje przewagę systemu z regulatorem PD i predyktorem Smitha – wraz ze wzrostem wariancji wzrasta różnica pól pomiędzy wykresami dwóch badanych systemów magazynowych.

Bibliografia

Abrahamowicz E., Orłowski P. (2016), *Zastosowanie regulatora ułamkowego rzędu PD do automatycznego sterowania zamówieniami dla magazynu ze zmiennym w czasie opóźnieniem dostaw*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, t. 20, nr 2.

Chaisiri S., Lee B. S., Niyato D. (2012), *Optimization of resource provisioning cost in cloud computing*, „IEEE Transactions on Services Computing”, t. 5, nr 5.

Chołodowicz E., Orłowski P. (2015a), *Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem*, „Logistyka”, t. 4.

Chołodowicz, E., Orłowski, P. (2015b), *Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, t. 19, nr 3.

Chołodowicz E., Orłowski P. (2015c), *A periodic inventory control system with adaptive reference stock level for long supply delay*, „Measurement Automation Monitoring”, t. 61, nr 12.

Dejonckheere J., Disney S. M., Lambrecht M. R. i in. (2003), *Measuring and avoiding the bullwhip effect: A control theoretic approach*, „European Journal of Operational Research”, t. 147, nr 3.

Fattahi P., Hajipour V., Nobari A. (2015), *A bi-objective continuous review inventory control model: Pareto-based meta-heuristic algorithms*, „Applied Soft Computing”, t. 32.

Fonseca, Fleming (1993), *Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation Discussion and Generalization*, „ICGA”, t. 93.

Horn J., Nafpliotis N., Goldberg D. E. (1994), *A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization*, „Evolutionary Computation”, IEEE World Congress on Computational Intelligence, Proceedings of the First IEEE Conference on. Ieee.

Ignaciuk P. (2015), *Discrete-time control of production-inventory systems with deteriorating stock and unreliable supplies*, „IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems”, t. 45, nr 2.

Ignaciuk P., Bartoszewicz A. (2010), *LQ optimal sliding mode supply policy for periodic review inventory systems*, „IEEE Transactions on Automatic Control”, t. 55, nr 1.

Ignaciuk P., Bartoszewicz A. (2011), *Dead-beat and reaching-law-based sliding-mode control of perishable inventory systems*, „Bulletin of the Polish academy of sciences: technical sciences”, t. 59, nr 1.

Ignaciuk P., Bartoszewicz A. (2012), *LQ optimal sliding-mode supply policy for periodic-review perishable inventory systems*, „Journal of the Franklin Institute”, t. 349, nr 4.

Leśniewski P., Bartoszewicz A. (2014), *Non-switching reaching law based discrete time quasi-sliding mode control with application to warehouse management problem*, „IFAC Proceedings Volumes”, t. 47, nr 3.

Orłowski P. (2016), *Analiza dwukryterialnego problemu optymalizacji w zastosowaniu do automatycznego sterowania systemem zamówień w magazynie z dużymi opóźnieniami dostaw z wykorzystaniem regulatora feedback-feedforward z predyktorem Smitha*, „Przegląd Elektrotechniczny”.

Ouyang L. Y., Wu K. S., Cheng M. C. (2013), *An inventory model for deteriorating items with exponential declining demand and partial backlogging*, „Yugoslav Journal of Operations Research”, t. 15, nr 2.

Riddalls C. E., Bennett S. (2002), *The stability of supply chains*, „International Journal of Production Research”, t. 40, nr 2.

Sarkar B. (2013), *A production-inventory model with probabilistic deterioration in two-echelon supply chain management*, „Applied Mathematical Modelling”, t. 37, nr 5.

Sawik T. (2015), *On the fair optimization of cost and customer service level in a supply chain under disruption risks*, „Omega”, t. 53.

Srinivas N., Deb K. (1994), *Muiltiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms*, „Evolutionary Computation”, t. 2, nr 3.

Yeh W. W. (2015), *Review: Optimization methods for groundwater modeling and management*, „Hydrogeology Journal”, t. 23, nr 6.

Yepes V., Martí J. V., García-Segura T. (2015), *Cost and CO₂ emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm*, „Automation in Construction”, t. 49.

Zitzler E., Thiele, L. (1998), *An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: The strength pareto approach*, „TIK-Report”, t. 43.

Zitzler E., Thiele L. (1999), *Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach*, „IEEE transactions on Evolutionary Computation”, t. 3, nr 4.

Zitzler, E., Laumanns, M., Thiele, L. (2001), *SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm*, „Eurogen”, t. 3242, nr 103.